

Diskret matematikk – høsten 2014

Ekstraoppgave for Oblig 1 – innleveringsfrist fredag 3. oktober kl. 15.

Alle svar skal begrunnes ved hjelp av utregninger, tegninger, forklaringer eller andre måter

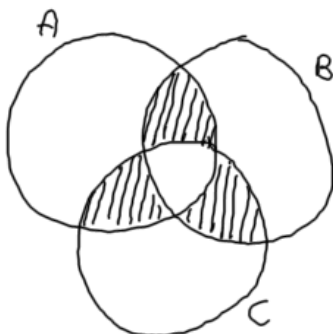
Oppgave 1

- a) La utsagnsfunksjonen $P(x, y)$ være definert ved setningen « x er glad i y » der x og y er personer. Skriv følgende utsagn ved hjelp av logiske operatorer (eng: connectives), kvantorer og utsagnsfunksjonen P :
- i) Alle er glad i Kari. ii) Ingen er glad i Per . iii) Ikke alle er glad i noen.
iv) Ingen er glad i alle.
- b) La p og q være utsagn. Avgjør om utsagnene $(p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p)$ og $p \oplus q$ er ekvivalente. Operatoren $\oplus$ står for *eksklusiv eller*. Bruk sannhetsverditabell.
- c) La p , q og r være logiske utsagn. Et logisk utsagn kalles en selvmotsigelse (eng: contradiction) hvis det alltid er usant. Er det sammensatte utsagnet $\neg(r \rightarrow (p \vee q))$ en selvmotsigelse? Bruk sannhetsverditabell eller en annen måte til å avgjøre dette.

Oppgave 2

La A og B være to mengder. Mengden $A \oplus B$ er den *eksklusive unionen* (eller den symmetriske differensen) til A og B . Den er definert ved $A \oplus B = (A - B) \cup (B - A)$.

- a) La A , B og C være gitt ved $A = \{1, 2, 3, 7\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ og $C = \{3, 5, 6, 7\}$. Finn mengdene $A \oplus B$ og $(A \oplus B) \oplus C$.
- b) La A , B og C være vilkårlige mengder. Tegn Venn-diagram og skravér mengdene $A \oplus B$ og $(A \oplus B) \oplus C$.
- c) Uttrykk ved hjelp A , B , C og mengdeoperasjonene $\cap$, $\cup$ og $-$ den mengden som svarer til det skraverte området i flg. Venn-diagram:



Oppgave 3

I en samling på 150 personer er det 70 stykker som leser Aftenposten, 60 som leser VG og 50 som leser Dagbladet. Det er 15 som leser Aftenposten og VG, 18 som leser VG og Dagbladet og 20 som leser Aftenposten og Dagbladet. Det er 10 stykker som leser alle tre avisene.

- a) Hvor mange leser VG og Dagbladet, men ikke Aftenposten?
- b) Hvor mange leser kun Dagbladet?
- c) Hvor mange leser Aftenposten, men ikke Dagbladet?
- d) Hvor mange leser kun én avis?
- e) Hvor mange leser ingen av avisene?

Oppgave 4

Hvis a er et heltall og d et positivt heltall, er $a \mathbf{div} d$ og $a \mathbf{mod} d$ henholdsvis kvotienten og resten når a deles med d . La A være de naturlige tallene. La funksjonen $f : A \rightarrow A$ være definert ved $f(a) = (a \mathbf{div} 3) + (a \mathbf{div} 5)$.

- a) Finn $10 \mathbf{div} 3$, $10 \mathbf{mod} 3$, $38 \mathbf{div} 13$ og $38 \mathbf{mod} 13$.
- b) Finn $f(a)$ for $a = 0, 5, 10$ og 20 .
- c) Er f en-til-en?
- d) Finn verdimengden V_f til f . Er f på?

Du kan f.eks. bruke kalkulatoren i Windows for sjekke svarene dine. Gå inn på View og still den på Programmer. Da får kalkulatoren en **mod**-knapp. Det er ingen **div**-knapp, men det vanlige divisjonstegnet $/$ virker som en **div**-knapp.

Hvis du kan litt programmering, kan du lage en løkke som f.eks. skriver ut $f(a)$ for alle verdier av a fra 0 til 100. I Java virker divisjonstegnet $/$ på samme måte som **div**.