Løsningsforslag til Oblig 1-ekstra

Oppgave 1

a) i) $\forall x\, P(x, Kari)$ ii) $\neg \exists x\, P(x, Per)$ iii) $\neg \forall x \exists y\, P(x,y)$ iv) $\neg \exists x \forall y\, P(x,y)$

b) Husk at $p \oplus q$ er sann når p og q har forskjellige verdier og usann når de har like verdier.

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$q \wedge \neg p$	$(p\wedge\neg q)\vee(q\wedge\neg p)$	$p \oplus q$
S	S	U	U	U	U	U	U
S	U	U	S	S	U	S	S
U	S	S	U	U	S	S	S
U	U	S	S	U	U	U	U

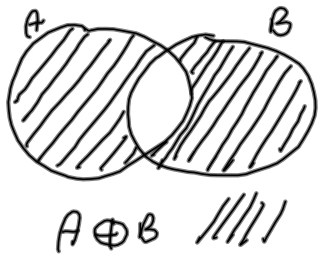
De to siste kolonnene er like. Det betyr at $(p\wedge\neg q)\vee(q\wedge\neg p)$ er ekvivalent med $p \oplus q$.

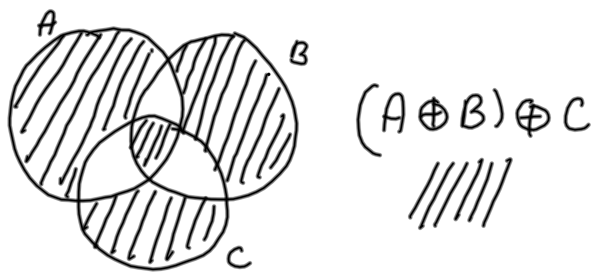
c) Hvis $\neg(r \to (p\vee q))$ alltid skal være usann, må $r \to (p \vee q)$ alltid være sann. Men den er usann hvis r er sann, p usann og q usann.

Oppgave 2

a) $A \oplus B = (A-B)\cup(B-A) = \{1,7\}\cup\{4,5\} = \{1,4,5,7\}$.

$(A\oplus B)\oplus C = \{1,4,5,7\} \oplus \{3,5,6,7\} = \{1,4\}\cup\{3,6\} = \{1,3,4,6\}$.

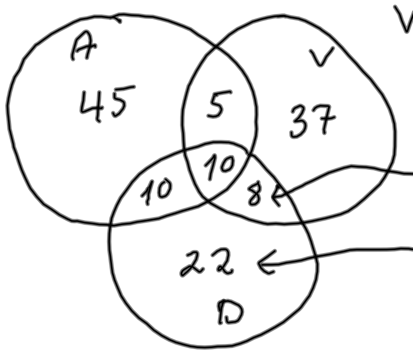
b) 



c) Dette kan gjøres på mange måter, f.eks.

$(A\cup B\cup C) - (A\oplus B\oplus C)$ eller $((A\cap B)-C)\cup((B\cap C)-A)\cup((A\cap C)-B)$.

Oppgave 3



A: de som leser Aftenposten, V: de som leser VG og D: de som leser Dagbladet.

a) 8

b) 22

c) $45+5=50$

d) $45+37+22=104$

e) $150-(45+37+22+5+8+10+10)=$
$150-137=13$

Oppgave 4

a) $10 \text{ div } 3 = 3$, $10 \text{ mod } 3 = 1$, $38 \text{ div } 13 = 2$, $38 \text{ mod } 13 = 12$

b) $f(0) = (0 \text{ div } 3)+(0 \text{ div } 5) = 0+0=0$

$f(5) = (5 \text{ div } 3)+(5 \text{ div } 5) = 1+1=2$

$f(10) = (10 \text{ div } 3)+(10 \text{ div } 5) = 3+2=5$

$f(20) = (20 \text{ div } 3)+(20 \text{ div } 5) = 6+4=10$

c) Vi har $f(1) = (1 \text{ div } 3)+(1 \text{ div } 5) = 0+0=0$. Dermed er $f(0)=f(1)$. Det betyr at f ikke en-til-en.

d) Denne delen er litt vanskelig. Ved innsetting får vi at $f(3)=1$, $f(6)=3$, $f(9)=4$ og $f(12)=6$. Dermed har vi sammen med det vi fant i b) at tallene $0,1,2,3,4,5,6$ er i verdimengden. Men hva med 7? Vi ser at $f(13)=6$, $f(14)=6$ og $f(15)=8$. Med andre ord er ikke 7 i verdimengden siden f er en voksende funksjon. Dermed er f ikke på.

Det viser seg at verdimengden til f er alle naturlige tall bortsett fra de på formen $k(3+5)-1$, $k=1,2,\dots$, dvs. tallene $7, 15, 23, 31, \dots$