

Diskret matematikk – høsten 2014 – 1. obligatoriske oppgave

Innleveringsfrist fredag 19. september kl. 15

Samarbeid er tillatt. En gruppe på opptil fem studenter kan levere en felles løsning. Navnene på de som står bak løsningen må stå ØVERST på første side. Skriv hele navnet og studentnummer og ikke bare fornavn. Besvarelsene blir returnert med kommentarer.

Løsningen kan leveres i en forelesning eller i en øvingstime. Den kan også leveres til faglærer på kontor PS436 (det vil stå en eske ved siden av kontordøren). Du kan skrive med penn eller blyant. Skriv slik at det er godt lesbart. **Alle svarene skal begrunnes!**

Oppgave 1.

- a) Er $((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$ en tautologi? Bruk sannhetsverditabell eller en annen måte.
- b) Er $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$ og $p \rightarrow (q \wedge r)$ er logisk ekvivalente? Bruk sannhetsverditabell.

Oppgave 2

La p og q være henholdsvis utsagnet « *Det regner* » og utsagnet « *Det blåser* ». Skriv flg. utsagn ved hjelp av p , q og logiske operatorer:

- a) Det regner bare hvis det er vindstille.
- b) Det både regner og blåser.
- c) Det verken regner eller blåser.
- d) Det blåser hvis det ikke regner.
- e) Det er oppholdsvær og vindstille.
- f) Det at det blåser er tilstrekkelig for at det ikke regner.
- g) Det er nødvendig at det er vindstille for at det skal regne.

Oppgave 3.

La $P(x)$ og $Q(x)$ stå for henholdsvis « *x har en bærbar pc* » og « *x har en iPad* ». Variabelen x står for en student i faget diskret matematikk. Skriv flg. utsagn ved hjelp av $P(x)$, $Q(x)$, kvantorer og logiske operatorer:

- a) Det er en student som har både bærbar pc og en iPad.
- b) Alle studenter har bærbar pc eller iPad.
- c) Det finnes en student som har bærbar pc, men ikke iPad.
- d) Hvis en student har en iPad, så har studenten også bærbar pc.
- e) Det er ingen studenter som verken har bærbar pc eller iPad.

Oppgave 4.

La m og n være hele tall. Avgjør for hvert av flg. utsagn om det er sant eller usant:

- a) $\forall m \exists n (n^2 = m)$ b) $\forall m \forall n (mn > n)$ c) $\forall n \exists m (n^2 = m)$ d) $\forall m \exists n (n^2 - m < 100)$

Oppgave 5.

La m og n være hele tall med $m > 0$ og la $P(m, n)$ stå for utsagnet « m går opp i n ». Det at m går opp i n betyr vi ikke får noen rest når n deles med m . Avgjør for hvert av flg. utsagn om det er sant eller usant. Gi en begrunnelse i hvert tilfelle.

- a) $P(4, 5)$ b) $P(2, 4)$ c) $\forall m \forall n P(m, n)$ d) $\exists m \forall n P(m, n)$ e) $\exists n \forall m P(m, n)$

Oppgave 6.

- a) La A , B og C være vilkårlige mengder. Lag Venn-diagrammer og for hvert tilfelle skravér det som blir i) $(A \cap B) - C$, ii) $(A \cup B) - C$, iii) $(A - B) \cup C$.
b) Avgjør om $(A - B) - C$ er det samme som $A - (B - C)$. Tegn Venn-diagram!

Oppgave 7.

La universalmengden U bestå av heltallene fra 1 til 8. La så delmengdene A og B av U være gitt ved $A = \{1, 2, 3, 4\}$ og $B = \{3, 4, 5, 6\}$. Finn mengdene $A \cap B$, $A \cup B$, $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{A \cap B}$, $\overline{A \cup B}$ og $\overline{A} \cap \overline{B}$. Er noen av disse mengdene like?

Oppgave 8.

I en gruppe på 110 studenter er det 90 stykker som tar emnet Diskret matematikk, 83 som tar Programmering og 89 som tar Webprosjekt. Det er 78 som tar både Diskret matematikk og Programmering, 80 som tar både Diskret matematikk og Webprosjekt og 76 som tar både Programmering og Webprosjekt. Det er 75 stykker som tar alle tre emnene.

- a) Hvor mange er det som ikke tar noen av de tre emnene?
b) Hvor mange tar både Diskret matematikk og Programmering, men ikke Webprosjekt?
c) Hvor mange tar kun to emner?
d) Hvor mange tar kun ett emne?

Oppgave 9.

La $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b, c, d\}$ og $C = \{x, y, z\}$. La funksjonene $f: A \rightarrow B$ og $g: B \rightarrow C$ være gitt ved $f(1) = c$, $f(2) = a$, $f(3) = d$, $f(4) = b$, $g(a) = z$, $g(b) = x$, $g(c) = y$ og $g(d) = x$. Er f en til en? Er f på? Er g en til en? Er g på? Finn sammensetningen $h = g \circ f$, dvs. finn $h(1)$, $h(2)$, $h(3)$, $h(4)$. Har h en invers?

Oppgave 10.

La N være de naturlige tallene, dvs. $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$. La $f: N \rightarrow N$ være funksjonen definert ved $f(n) = (n \text{ div } 3) \bmod 7$. Obs: $n \text{ div } 3$ er kvotienten når n deles med 3 (dvs. antall ganger 3 går opp i n). Videre er $k \bmod 7$ resten når k deles med 7.

- a) Finn $f(n)$ for $n = 0$, 40 og 100.
b) Finn verdimengden V_f til f . Er f en til en? Er f på? Svarene skal begrunnes!