

Chapter 9 - Discrete Mathematics and Its Applications

Løsningsforslag på utvalgte oppgaver

Avsnitt 9.5

Oppgave 1

- a) Dette er en ekvivalensrelasjon siden den er refleksiv, symmetrisk og transitiv.
- b) Dette er ikke en ekvivalensrelasjon. Den er symmetrisk, men ikke refleksiv og ikke transitiv. For eksempel må $(1,1)$ være med for at den skal være refleksiv. Videre er for eksempel $(0,2)$ og $(2,3)$ med, men da må også $(0,3)$ være med for at den skal være transitiv.
- c) Dette er en ekvivalensrelasjon siden den er refleksiv, symmetrisk og transitiv.
- d) Dette er ikke en ekvivalensrelasjon. Relasjonen er refleksiv og symmetrisk, men ikke transitiv. For eksempel er $(1,3)$ og $(3,2)$ med, men ikke $(1,2)$.
- e) Dette er ikke en ekvivalensrelasjon. Relasjonen er refleksiv, men ikke symmetrisk og ikke transitiv. Den er ikke symmetrisk siden $(1,2)$ er med, men ikke $(2,1)$. Den er ikke transitiv siden $(2,0)$ og $(0,1)$ er med, men ikke $(2,1)$.

Oppgave 17

Grafen forteller at den tilhørende relasjonen er refleksiv og symmetrisk, men ikke transitiv. Vi har $(c,a) \in R$ og $(a,d) \in R$, men $(c,d) \notin R$. Den er derfor ikke en ekvivalensrelasjon.

Oppgave 18

Grafen forteller at den tilhørende relasjonen er refleksiv, symmetrisk, og transitiv. Dermed er det en ekvivalensrelasjon.

Oppgave 19

Grafen forteller at den tilhørende relasjonen er refleksiv og symmetrisk, men ikke transitiv. Vi har $(a,b) \in R$ og $(b,c) \in R$, men $(a,c) \notin R$. Den er derfor ikke en ekvivalensrelasjon.

Oppgave 20

- a) Vi kan tenke oss at dette er matrisen til en relasjon R på $\{1,2,3\}$. Dette er ikke en ekvivalensrelasjon. Den er refleksiv (alle diagonalelementene) er 1, men den er verken symmetrisk eller transitiv. Den er ikke symmetrisk fordi $(1,2) \in R$, men $(2,1) \notin R$. Den er ikke transitiv fordi $(2,3) \in R$ og $(3,1) \in R$, men $(2,1) \notin R$.
- b) Vi kan tenke oss at dette er matrisen til en relasjon R på $\{1,2,3,4\}$. Det er en ekvivalensrelasjon siden den er refleksiv, symmetrisk og transitiv.
- c) Vi kan tenke oss at dette er matrisen til en relasjon R på $\{1,2,3,4\}$. Det er en ekvivalensrelasjon siden den er refleksiv, symmetrisk og transitiv.

Oppgave 32

- a) La $S = \{1,2,3,4\}$, $A = \{1,2\}$, $B = \{2,3,4\}$ og $C = \{4,5,6\}$. Både A , B og C er ikke-tomme. Videre er $A \cup B \cup C = S$. Men de tre mengdene er ikke parvis disjunkte. Vi har $A \cap B \neq \emptyset$ og $B \cap C \neq \emptyset$. Dermed utgjør A , B og C **ikke** en partisjon av S .
- b) La $S = \{1,2,3,4\}$, $A = \{1\}$, $B = \{2,3,6\}$, $C = \{4\}$ og $D = \{5\}$. Både A , B , C og D er ikke-tomme. Videre er $A \cup B \cup C \cup D = S$ og de fire mengdene er åpenbart parvis disjunkte. Dermed utgjør A , B , C og D en partisjon av S .
- c) La $S = \{1,2,3,4\}$, $A = \{2,4,6\}$ og $B = \{1,3,5\}$. Både A og B er ikke-tomme. Videre er $A \cup B = S$ og $A \cap B = \emptyset$. Dermed utgjør A og B en partisjon av S .
- d) La $S = \{1,2,3,4\}$, $A = \{1,4,5\}$ og $B = \{2,6\}$. Både A og B er ikke-tomme. Videre er $A \cap B = \emptyset$, men $A \cup B \neq S$. Dermed utgjør A og B **ikke** en partisjon av S .

Oppgave 37

- a) Mengdene $\{0\}$, $\{1,2\}$ og $\{3,4,5\}$ skal utgjøre ekvivalensklassene for relasjonen R . Dermed må R ha med alle mulige par innenfor hver av de tre mengdene. Dvs. $R = \{(0,0), (1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3), (3,4), (3,5), (4,3), (4,4), (4,5), (5,3), (5,4), (5,5)\}$.
- b) Mengdene $\{0,1\}$, $\{2,3\}$ og $\{4,5\}$ skal utgjøre ekvivalensklassene for relasjonen R . Dermed må R ha med alle mulige par innenfor hver av de tre mengdene. Dvs. $R = \{(0,0), (0,1), (1,0), (1,1), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3), (4,4), (4,5), (5,4), (5,5)\}$.