Chapter 9 - Discrete Mathematics and Its Applications

Løsningsforslag på utvalgte oppgaver

Avsnitt 9.3

Oppgave 1

a) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ **b)** $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ **c)** $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ **d)** $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Oppgave 2

a) {(1,1), (1,3), (2,2), (3,1), (3,3)}

b) {(1,2), (2,2), (3,2)}

c) {(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3)}

Oppgave 4

a) Refleksiv siden alle diagonalelementene er med. Symmetrisk siden matrisen er symmetrisk. Ikke antisymmetrisk. Den er transitiv.

b) Ikke refleksiv siden to diagonalelementer mangler i matrisen. Ikke symmetrisk siden matrisen ikke er symmetrisk. Den er antisymmetrisk. Den er transitiv.

c) Ikke refleksiv siden et diagonalelement mangler. Symmetrisk siden matrisen er symmetrisk. Ikke antisymmetrisk. Ikke transitiv siden (2,1) og (1,2) er med, men ikke (1,1) og (2,2).

Oppgave 5

a) M_R er en 100x100-matrise. Matrisen vil inneholde 1-ere på alle plassene under diagonalen siden $R = \{(a,b) \mid a > b\}$ og 0-er på resten av plassene. Det er 100 elementer på diagonalen. Dermed vil (100*100 – 100)/2 = 4950 av elementene være forskjellige fra 0.

b) Det er kun på diagonalen det blir 0-er. Dermed vil 100*100 – 100 = 9900 av elementene være forskjellige fra 0.

Oppgave 10

a) $\mathrm{M}_{\mathrm{R}_1 \cup \mathrm{R}_2} = \mathrm{M}_{\mathrm{R}_1} \vee \mathrm{M}_{\mathrm{R}_2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \vee \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

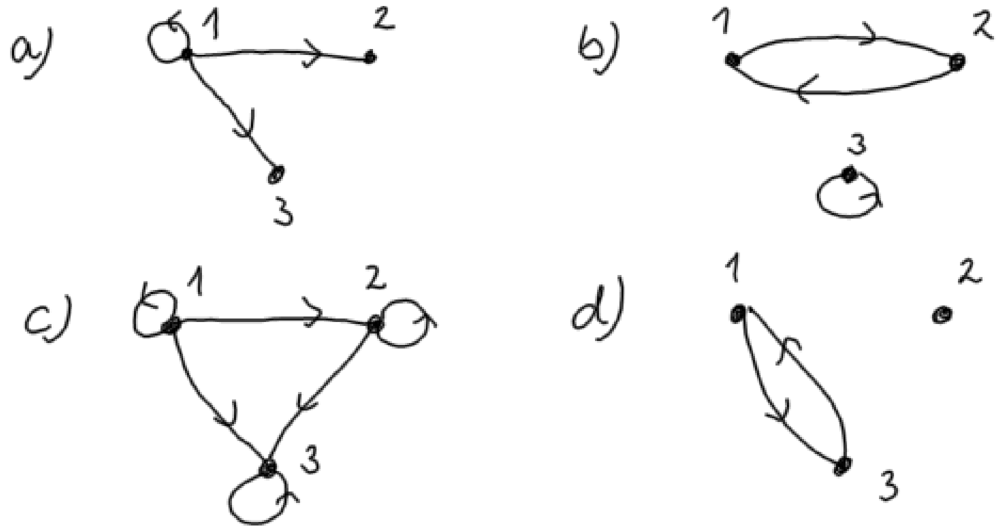
b) $M_{R_1 \cap R_2} = M_{R_1} \wedge M_{R_2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

c) $M_{R_2 \circ R_1} = M_{R_1} \odot M_{R_2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

d) $M_{R_1 \circ R_1} = M_{R_1} \odot M_{R_1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

e) $M_{R_1 \oplus R_2} = M_{R_1} \oplus M_{R_2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

14)



Oppgave 15

R = {(a,b), (a,c), (b,c), (c,b)}

Oppgave 16

R = {(a,c), (b,a), (c,d), (d,b)}

Oppgave 17

R = {(a,a), (a,b), (a,c), (b,a), (b,b), (b,c), (c,a), (c,b), (d,d)}

Oppgave 18

R = {(a,a), (a,b), (b,a), (b,b), (c,c), (c,d), (d,c), (d,d)}