Chapter 4 - Discrete Mathematics and Its Applications

Løsningsforslag på utvalgte oppgaver

Avsnitt 4.3

Oppgave 1

a) 21 = 3*7 , 21 er ikke primtall.

b) $\lfloor\sqrt{29}\rfloor = 5$, primtall siden verken 2, 3, 5 går opp i 29.

c) $\lfloor\sqrt{71}\rfloor = 8$, primtall siden verken 2, 3, 5 eller 7 går opp 71.

d) $\lfloor\sqrt{97}\rfloor = 9$, primtall siden verken 2, 3, 5 eller 7 går opp 97.

e) 111 = 3*37 , 111 er ikke primtall f) 143 = 11*13 , 143 er ikke primtall.

f) 143 = 11*13 , 143 er ikke primtall

Oppgave 2

a) $88 = 2^3 \cdot 11$

b) $126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$

c) $729 = 3^6$

d) $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$

e) $1111 = 11 \cdot 101$

f) $909090 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 37$

Oppgave 3

$$10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7$$

Oppgave 12

Tallene 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23 og 29 er de tallene mindre enn 30 som er relativt primiske med 30. Dvs. gcd(k,30) = 1 for k lik hvert av disse tallene.

Oppgave 20

Vi tar med de primtallene som er i begge tallene, så mange ganger som der det forekommer færrest av dem.

a) Gitt $3^7 \cdot 5^3 \cdot 7^3$ og $2^{11} \cdot 3^5 \cdot 5^9$. Vi ser at 3 forekommer i begge tallene, 7 ganger i det første og 5 ganger i det andre. Da tar vi det med 5 ganger. Videre forekommer 5 i begge, 3 ganger i første og 9 ganger i andre. Da tar vi det med 3 ganger.

   Største felles divisor blir dermed $3^5 \cdot 5^3$.

b) $11 \cdot 13 \cdot 17$ og $2^9 \cdot 3^7 \cdot 5^5 \cdot 7^3$. Største felles divisor blir 1.

c) 23^{31} og 23^{17}. Største felles divisor blir 23^{17}.

d) $41 \cdot 43 \cdot 53$ og $41 \cdot 43 \cdot 53$. Tallene er like! Største felles divisor blir $41 \cdot 43 \cdot 53$.

e) $3^{13} \cdot 5^{17}$ og $2^{12} \cdot 7^{21}$ er relativt primiske. Største felles divisor blir 1.

f) 111 og 0. Siden 111 går opp i 0 blir 111 største felles divisor.

Oppgave 21

Vi får minste felles multiplum ved først å ta med i produktet alle primtallsfaktorer som bare er i det ene tallet eller som bare er i det andre tallet. I tillegg tar vi med så mange faktorer som er i begge tallene som det er i det tallet der det er flest.

Eksempel: Hvis vi har $2 \cdot 3^2 \cdot 5$ og $3 \cdot 5 \cdot 7$, blir minste felles multiplum lik $2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$.

a) $2^{11} \cdot 3^7 \cdot 5^9 \cdot 7^3$

b) $2^9 \cdot 3^7 \cdot 5^5 \cdot 7^3 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17$

c) 23^{31}

d) $41 \cdot 43 \cdot 53$

e) $2^{12} \cdot 3^{13} \cdot 5^{17} \cdot 7^{21}$

f) Har ikke minste felles multiplum siden det ene tallet er 0.

Oppgave 24

c)

a	b	r
1001	1331	1001
1331	1001	330
1001	330	11
330	11	0

Resultatet, dvs. største felles divisor for startverdiene til a og b, blir den verdien a har når algoritmen stopper (dvs. når b blir 0). Dvs. største felles divisor for 1001 og 1331 lik 11.

d)

a	b	r
12345	54321	12345
54321	12345	4941
12345	4941	15
4941	15	3
15	3	0

Største felles divisor for 12345 og 54321 er lik 3.