

AVDELING FOR INGENIØRUTDANNING

EKSAMENSOPPGAVE

Emne: Diskret matematikk		Emnekode: FO 019A	Fagansvarlig: Ulf Uttersrud
Gruppe(r):		Dato: 18.02.2008	Eksamenstid: 9 - 14
Eksamensoppgaven består av:	Antall sider (inkl. forsiden): 4	Antall oppgaver: 10	Antall vedlegg: 0
Tillatte hjelpemidler:	Alle trykte og skrevne hjelpemidler samt håndholdt kalkulator som ikke kommuniserer trådløst		
Kandidaten må selv kontrollere at oppgavesettet er fullstendig. Ved eventuelle uklarheter i oppgaveteksten skal du redegjøre for de forutsetninger du legger til grunn for løsningen.			

Utarbeidet av (faglærer):	Kontrollert av (en av disse):			Studieleders/ Fagkoordinators underskrift:
	Annen lærer	Sensor	Studieleder/ Fagkoordinator	
Ulf Uttersrud		Kai Kristensen		

Alle de 10 oppgavene teller likt. Det er ikke slik at lette oppgaver kommer først og vanskelige til slutt. Bruk derfor ikke for mye tid på en oppgave du ikke får til. Prøv isteden en ny oppgave.

Alle svar skal begrunnes! For eksempel ved å ta med mellomregninger eller ved å gi annen form for argumentasjon.

Oppgave 1

a) La p være utsagnet ”Jeg gjør alle øvingsoppgavene” og q utsagnet ”Jeg får A til eksamen”. Skriv følgende utsagn ved hjelp av p , q og logiske operatorer:

- i) Jeg gjør alle øvingsoppgavene og jeg får A til eksamen.
- ii) Jeg får ikke A til eksamen eller jeg gjør ikke alle øvingsoppgavene.
- iii) Hvis jeg gjør alle øvingsoppgavene, så får jeg A til eksamen.
- iv) Jeg får A til eksamen bare hvis jeg gjør alle øvingsoppgavene.

b) La p , q og r være logiske utsagn. Finn sannhetsverditabellen til det sammensatte utsagnet $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge \neg r)$.

Oppgave 2

a) La A , B og C være vilkårlige mengder. Lag et Venn-diagram der mengden $(A \cap C) - B$ er skravert horisontalt, $(B \cap C) - A$ er skravert vertikalt og $A \cap B \cap C$ er skravert på skrå. Skriv så mengden $((A \cap C) - B) \cup (A \cap B \cap C) \cup ((B \cap C) - A)$ på en så enkel form som mulig.

b) La mengdene A , B og C være gitt ved $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{a, c, e\}$ og $C = \{b, d, e\}$. Hva blir mengdene $A \cap B$, $A - C$ og $B - C$?

Oppgave 3

La A være mengden av de ikke-negative hele tall, dvs. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$. La $f: A \rightarrow A$ og $g: A \rightarrow A$ være funksjonene definert ved $f(k) = k \bmod 13$ og $g(k) = k \bmod 13$.

a) Finn $f(k)$ og $g(k)$ for $k = 7$, $k = 13$ og $k = 26$.

b) Finn verdimengdene til f og g .

c) Er f en-til-en? Er f på? Er g en-til-en? Er g på? Begrunn svarene!

Oppgave 4

Gitt tallmatrisene $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ og $C = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$.

Finn matrisene $A+B$, $A-B$, BC og CB .

Oppgave 5

La M være mengden av alle «ord» på fire bokstaver der kun bokstavene A, B eller C inngår. For eksempel vil ACBA, BBAC, AAAA og BCBC være med i M . Hvor mange forskjellige ord er det i M ? La M_k være mengden av ord fra M der bokstaven A forekommer nøyaktig k ganger. Finn antallet elementer i mengden M_k for $k = 0, 1, 2, 3$ og 4 .

Oppgave 6

- a) Finn verdiene til binomialkoeffisientene $\binom{7}{2}$ og $\binom{7}{3}$.
- b) Hvor mange forskjellige bitsekvenser med lengde 7 finnes det?
- c) Hvor mange forskjellige bitsekvenser med lengde 7 er det som inneholder flere 1-biter enn 0-biter.

Oppgave 7

- a) Heltallet $a = 1835_{10}$ er gitt på desimal form. Finn tallet på binær form.
- b) Heltallet $b = 1234_8$ er gitt på oktal form. Finn tallet på binær form.
- c) Heltallet $c = 101010101010_2$ er gitt på binær form. Finn tallet på heksadesimal form og på desimal form.

Oppgave 8

Gitt differensligningen $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$, $a_0 = 5$, $a_1 = 12$.

- a) Finn a_2 , a_3 og a_4 . Finn en formel for a_n . Finn a_5 ved å sette inn i formelen.
- b) Vis, ved induksjon eller på annen måte, at 5 går opp i a_n hvis n er et partall.

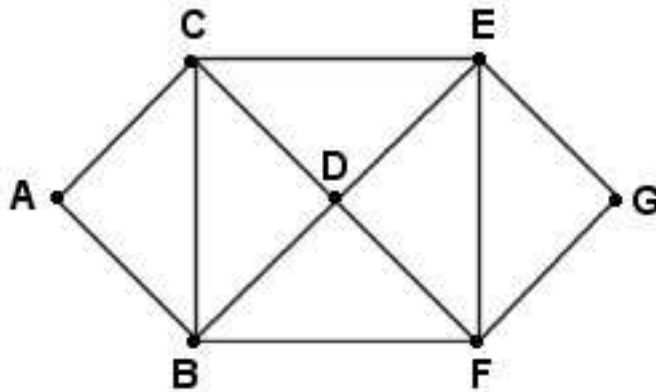
Oppgave 9

La $A = \{a, b, c, d\}$ og la R være relasjonen på A gitt ved

$$R = \{(a, b), (a, c), (a, d), (b, c), (b, d), (c, a), (c, d)\}$$

- Tegn grafen til R og sett opp matrisen M_R til R .
- Finn de logiske matriseproduktene $M_R \odot M_R$ og $M_R \odot M_R \odot M_R$.
- Finn alle par (x, y) av elementer fra A slik at det går en vei i grafen til R fra x til y med lengde 3. Husk at en vei i en rettet graf alltid går i kantenenes retning.

Oppgave 10 Gitt følgende urettede graf:



- Finn graden til hvert punkt (eng: vertex) i grafen.
- Finnes det en lukket Euler-vei i grafen? Finnes det en ikke-lukket Euler-vei? Skriv opp veien (punktene på veien) hvis svaret er ja på et av spørsmålene.