

AVDELING FOR INGENIØRUTDANNING

EKSAMENSOPPGAVE

Emne: Diskret matematikk		Emnekode: FO 019A	Fagansvarlig: Ulf Uttersrud
Gruppe(r):		Dato: 24.02.2006	Eksamenstid: 9 - 14
Eksamensoppgaven består av:	Antall sider (inkl. forsiden): 5	Antall oppgaver: 14	Antall vedlegg: 0
Tillatte hjelpemidler:	Alle trykte og skrevne hjelpemidler. Kalkulator.		
Kandidaten må selv kontrollere at oppgavesettet er fullstendig. Ved eventuelle uklarheter i oppgaveteksten skal du redegjøre for de forutsetninger du legger til grunn for løsningen.			

Utarbeidet av (faglærer): Ulf Uttersrud	Kontrollert av (en av disse):			Studieleders/ Fagkoordinators underskrift:
	Annen lærer	Sensor Roy Istad	Studieleder/ Fagkoordinator	

Alle oppgaver teller likt. Det er ikke slik at lette oppgaver kommer først og vanskelige til slutt. Bruk derfor ikke for mye tid på en oppgave du ikke får til. Prøv isteden en ny oppgave.

Alle svar skal begrunnes! For eksempel ved å ta med mellomregninger eller ved å gi annen form for argumentasjon.

Oppgave 1

La p og q være utsagnene gitt ved p : *Det regner.* og q : *Det blåser.*

Skriv flg. fire utsagn ved hjelp av p , q og logiske operatorer:

- a) Det regner, men det blåser ikke.
- b) Det er oppholdsvær og vindstille.
- c) Hvis det blåser, så regner det ikke.
- d) Det er ikke slik at det blåser og regner samtidig.

Oppgave 2

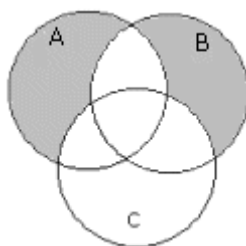
Avgjør om utsagnene $(p \vee q) \rightarrow r$ og $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$ er logisk ekvivalente.

Oppgave 3

i) La A , B og C være vilkårlige mengder. Tegn et Venn-diagram og skravér mengden:

$$(C - (A \cup B)) \cup (A \cap B - C)$$

ii) Lag en mengdeformel i A , B og C som svarer til det grå området i flg. Venn-diagram:



Oppgave 4

La $A = \{11, 12, 13, \dots, 28, 29\}$ og $B = \{0, 1, 2, 3, \dots, 17, 18\}$. Definér funksjonen $f : A \rightarrow B$ ved at for hver $a \in A$ skal $f(a)$ være produktet av første og andre siffer i a . Det betyr for eksempel at $f(11) = 1 \cdot 1 = 1$ og $f(25) = 2 \cdot 5 = 10$. La V være verdimengden til f .

Skriv opp alle primtallene i B ? Finn V . Er f en til en? Er f på? Begrunn svarene.

Oppgave 5

i) Heltallet $n = \text{F8F}$ er gitt på heksadesimal form. Finn n på binær form, på oktal form og på desimal form.

ii) Heltallet $m = 123$ er gitt på desimal form. Finn m på binær form, på oktal form og på heksadesimal form.

Svarene skal begrunnes.

Oppgave 6

Gitt heltallene $a = 162$ og $b = 111$.

i) Finn primtallsfaktoriseringene til a og b . Finn største felles divisor for a og b .

ii) Bruk Euklids algoritme til å finne største felles divisor for a og b . Ta med mellomregningen.

Oppgave 7

Gitt tallmatrisene $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ og $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Finn matrisene A^2 , A^3 og A^4 og finn en matrise B som er slik at $AB = I$. En slik matrise B kalles den inverse til A .

Svarene skal begrunnes.

Oppgave 8

La $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k}$.

i) Finn S_1 , S_2 og S_3 .

ii) La påstanden P_n være gitt ved: $S_n = 2 - \frac{n+2}{2^n}$. Vis at P_n er sann for $n = 1, 2$ og 3 . Vis ved induksjon at P_n er sann for alle $n \geq 1$.

Oppgave 9

- i) Finn verdiene til binomialkoeffisientene $\binom{7}{2}$ og $\binom{6}{3}$.
- ii) Hvor mange bitsekvenser med lengde 8 har nøyaktig én 1-bit?
- iii) Hvor mange bitsekvenser med lengde 8 har nøyaktig to 1-biter?
- iv) Hvor mange bitsekvenser med lengde 8 har ikke to 1-biter ved siden av hverandre? For eksempel har 00110100 to 1-biter ved siden av hverandre, mens 10101010 ikke har det.

Alle svarene skal begrunnes.

Oppgave 10

Gitt differensligningen $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$, $a_0 = 1$, $a_1 = 6$. Finn a_2 og a_3 . Finn en formel for a_n og finn a_4 ved å sette inn i denne formelen.

Oppgave 11

Tallene fra og med 100 til og med 999 kalles tresifrede tall. La A være mengden av tresifrede tall med 5 som første siffer, B mengden av tresifrede tall med 5 som andre siffer og C mengden av tresifrede tall med 5 som siste siffer.

- i) Finn antallet tall i hver av flg. mengder: A , B , C , $A \cap B$, $B \cap C$, $A \cap C$ og $A \cap B \cap C$. Bruk dette til å finne antallet tall i mengden $A \cup B \cup C$.
- ii) Finn på en direkte måte antallet tresifrede tall som ikke inneholder 5 som siffer. Bruk så det til å finne antallet tall i mengden $A \cup B \cup C$.

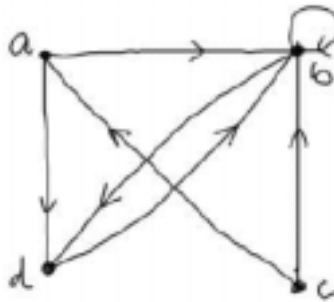
Oppgave 12

Gitt de logiske matrisene $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ og $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Finn de to logiske matriseproduktene $A \odot B$ og $B \odot A$.

Oppgave 13

La $A = \{a, b, c, d\}$ og la R være relasjonen på A gitt ved grafen:



i) Sett opp relasjonen R som en samling par, dvs. som en delmengde av $A \times A$ og sett opp matrisen M_R til relasjonen R .

ii) Er R refleksiv? Er R symmetrisk? Er R antisymmetrisk? Er R transitiv? Svarene skal begrunnes.

Oppgave 14

La x , y og z være boolske variabler.

i) Skriv det boolske uttrykket $(x + y)\bar{z}$ som en sum av minimumsledd.

ii) Skriv den boolske funksjonen $f(x, y, z) = x y z + x \bar{y} z + \bar{x} \bar{y} z$ på en så enkel form som mulig.