

AVDELING FOR INGENIØRUTDANNING

EKSAMENSOPPGAVE

Emne: Diskret matematikk		Emnekode: FO 019A	Faglig veileder: Ulf Uttersrud
Gruppe(r):		Dato: 24.02.2005	Eksamenstid: 9 - 14
Eksamensoppgaven består av:	Antall sider (inkl. forsiden): 4	Antall oppgaver: 14	Antall vedlegg: 0
Tillatte hjelpemidler:	Alle skriftlige – både trykte og håndskrevne, samt alle typer lommekalkulatorer, er tillatt		
Kandidaten må selv kontrollere at oppgavesettet er fullstendig. Ved eventuelle uklarheter i oppgaveteksten skal du redegjøre for de forutsetninger du legger til grunn for løsningen.			

Utarbeidet av (faglærer): Ulf Uttersrud	Kontrollert av (en av disse):			Studieleders/ Fagkoordinators underskrift:
	Annen lærer	Sensor:	Studieleder/ Fagkoordinator	

Flg. 14 oppgaver teller likt!

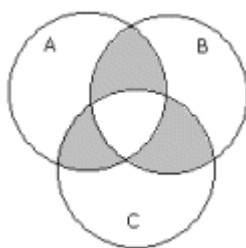
Oppgave 1

Er de to sammensatte logiske utsagnene $(p \vee q) \wedge \neg r$ og $(p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg r)$ ekvivalente? Svaret skal begrunnes!

Oppgave 2

i) La A , B og C være vilkårlige mengder. Er mengdene $(A \cup B) - C$ og $(A - B) \cup (B - C)$ like? Avgjør det ved å tegne et Venn-diagram for hver av dem. Skravér de aktuelle områdene.

ii) Lag en mengdeformel i A , B og C som svarer til det grå området i flg. Venn-diagram:



Oppgave 3

Gitt matrisene $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$. La A^T være den transponerte til A . Finn først A^T og så

matriseproduktene $A^T A$ og $A A^T$. Er $A^T A$ eller $A A^T$ symmetriske?

Oppgave 4

Heltallet $n = \text{FFF}$ er gitt på heksadesimal form. Hva blir n på binær og på oktal form? Hva blir tallet $n+1$ på heksadesimal, oktal og binær form?

Oppgave 5

La N være de naturlige tallene, dvs. $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$. La $f: N \rightarrow N$ være funksjonen definert ved $f(n) = (n \text{ div } 3) \bmod 7$.

i) Finn $f(n)$ for $n = 0$, 40 og 100 .

ii) Finn verdimengden V_f til f . Er f en til en? Er f på? Svarene skal begrunnes!

Oppgave 6

Gitt den geometriske tallfølgen $3, -6, 12, -24, 48, -96, \dots$. Finn en formel for det n -te leddet a_n i følgen når $a_0 = 3$. Finn en formel for summen av de n første leddene. Finn summen av de 10 første leddene.

Oppgave 7

La påstanden P_n være definert ved: $2^n + 3^n \equiv 5^n \pmod{6}$.

- i) Vis at påstanden er sann for $n = 1, 2$ og 3 , dvs. at både P_1 , P_2 og P_3 er sanne.
- ii) Vis ved hjelp av induksjon at P_n er sann for alle $n \geq 1$.

Oppgave 8

Gitt differensligningen $a_n = 3a_{n-1} + 4a_{n-2}$, $a_0 = 1$, $a_1 = 1$. Finn a_2 og a_3 . Finn en formel for a_n . Finn a_{10} .

Oppgave 9

Datotypen *byte* i Java bruker en bitsekvens på 8 biter som lagringsformat. Hver av de 8 bitene kan være 0 eller 1. Alle svarene på følgende spørsmål skal begrunnes:

- i) Hvor mange forskjellige heltall av typen *byte* finnes det? Det vil si hvor mange forskjellige bitsekvenser med lengde 8 finnes det?
- ii) Et heltall av typen *byte* er negativt hvis og bare hvis den første biten er 1. Hvor mange forskjellige negative heltall av typen *byte* finnes det?
- iii) Hvor mange forskjellige heltall av typen *byte* er det som har like mange 0-biter som 1-biter? Hvor mange av dem er negative?
- iv) Et heltall av typen *byte* er positivt hvis og bare hvis den første biten er 0 og det har minst én 1-bit. Hvor mange forskjellige positive heltall av typen *byte* finnes det som har flere 1-biter enn 0-biter?

Oppgave 10

La A være mengde gitt ved $A = \{1, 2, 3, \dots, 99, 100\}$. La videre k være et positivt heltall og $A_k = \{n \in A \mid n \bmod k = 0\}$. Obs: $n \bmod k = 0$ betyr at k går opp i n .

- i) Finn $|A_2|$, $|A_3|$ og $|A_5|$. Obs: $|A_k|$ betyr antall elementer i A_k .
- ii) Finn $|A_2 \cup A_3 \cup A_5|$.

Oppgave 11

Gitt de logiske (boolske) matrisene $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ og $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Finn $A \vee B$, $A \wedge B$ og $C \odot A$. Obs: $C \odot A$ betyr det boolske matriseproduktet.

Oppgave 12

La $A = \{1, 2, 3, 4\}$ og R relasjonen på A gitt ved $R = \{(1,2), (1,4), (2,4), (3,2), (4,3)\}$.

i) Tegn grafen G og matrisen M_R til relasjonen.

ii) Finn matrisen $M_R \odot M_R$.

iii) Sett opp alle tallpar (a,b) som er slik at det går en vei med lengde 2 fra a til b .

Oppgave 13

La $A = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 12\}$. Vi definerer følgende relasjon på A : $a R b$ hvis $a \mid b$, det vil si hvis a går opp i b . Tegn grafen til R . Er relasjonen R en partiell ordning?

Oppgave 14

La x , y og z være boolske variabler.

i) Skriv det boolske uttrykket $(x + \bar{y})z$ som en sum av minimumsledd.

ii) Skriv den boolske funksjonen $f(x, y, z) = x y \bar{z} + x \bar{y} \bar{z} + \bar{x} y \bar{z} + \bar{x} \bar{y} \bar{z}$ på en så enkel form som mulig.