

AVDELING FOR INGENIØRUTDANNING

EKSAMENSOPPGAVE

Emne: Diskret matematikk		Emnekode: FO 018A	Faglig veileder: Ulf Uttersrud
Gruppe(r):		Dato: 20.02.2004	Eksamenstid: 9 - 12
Eksamensoppgaven består av:	Antall sider (inkl. forsiden): 4	Antall oppgaver: 10	Antall vedlegg: 0
Tillatte hjelpemidler:	Alle skriftlige – både trykte og håndskrevne, samt alle typer lommekalkulatorer, er tillatt		
Kandidaten må selv kontrollere at oppgavesettet er fullstendig. Ved eventuelle uklarheter i oppgaveteksten skal du redegjøre for de forutsetninger du legger til grunn for løsningen.			

Utarbeidet av (faglærer): Ulf Uttersrud	Kontrollert av (en av disse):			Studieleders/ Fagkoordinators underskrift:
	Annen lærer	Sensor: Roy Istad	Studieleder/ Fagkoordinator	

OBS: Alle de 10 oppgavene teller likt! Bruk derfor ikke for mye tid på en oppgave du ikke får til. Prøv isteden på en ny oppgave!

Oppgave 1

Er de to sammensatte logiske utsagnene $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ og $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ ekvivalente? Svaret skal begrunnes!

Oppgave 2

La X og Y være to mengder. Mengden $X \oplus Y$ kalles den eksklusive unionen (eller den symmetriske differansen) til X og Y , og er definert ved $X \oplus Y = (X - Y) \cup (Y - X)$.

i) La $A = \{1, 2, 3, 7\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ og $C = \{3, 5, 6, 7\}$.
Sett opp mengdene $A \oplus B$ og $(A \oplus B) \oplus C$.

ii) La nå A , B og C være vilkårlige mengder. Tegn Venn-digram og skravér mengdene $A \oplus B$ og $(A \oplus B) \oplus C$.

Oppgave 3

Gitt de tre matrisene

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} a & 4 & -1 \\ -1 & b & -1 \\ 3 & -2 & c \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Det finnes entydige verdier på a , b og c som gjør at $AB = I$. Finn disse verdiene. Svarene skal begrunnes!

Oppgave 4

Heltallet $n = B6D$ er gitt på heksadesimal form. Gjør om tallet til oktal form. Svaret skal begrunnes!

Oppgave 5

La $A = \{a, b, c\}$ og $N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$. La X være en delmengde av A . Symbolet $|X|$ betyr som vanlig kardinaliteten til X , dvs. antallet elementer i X .

i) Skriv opp alle de 8 forskjellige delmengdene til A .

ii) La P være mengden av alle delmengdene til A og la f være funksjonen $f : P \rightarrow N$ definert ved $f(X) = |X|$. Finn verdimengden V_f til funksjonen f . Er f en til en (eng: one-to-one)? Er f på (eng: onto)? Svarene skal begrunnes!

Oppgave 6

Bruk induksjon til å vise at for alle $n \geq 1$ gjelder (obs: $*$ betyr multiplikasjon):

$$\frac{1}{1*4} + \frac{1}{4*7} + \frac{1}{7*10} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{n}{3n+1}$$

Oppgave 7

Gitt differensligningen $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$, $a_0 = 2$, $a_1 = 2$. Finn a_2 og a_3 . Finn en formel for a_n . Finn a_{13} .

Oppgave 8

Gitt de tre logiske (boolske) matrisene

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ og } C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Finn $A \vee B$, $A \wedge B$ og $A \odot C$. Obs: $A \odot C$ betyr det logiske (eller boolske) matriseproduktet (eng: the Boolean product of A and C).

Oppgave 9

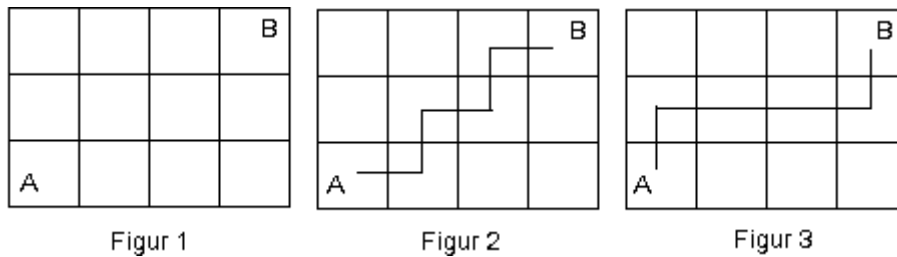
La $A = \{1, 2, 3, 4\}$ og R relasjonen på A gitt ved $R = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (3,4)\}$.

i) Tegn grafen til relasjonen og sett opp dens matrise M_R . Er R transitiv? Begrunn svaret!

ii) Sett opp alle tallpar (a,b) slik at det går en vei med lengde 2 fra a til b .

iii) Finn matrisen $M_R \odot M_R$.

Oppgave 10



Det er gitt et 3×4 - brett - se figur 1. Vi skal finne veier fra rute A til rute B. Det er kun lov å gå **rett oppover** (vertikalt) eller **rett til høyre** (horisontalt). I figur 2 og figur 3 er det satt opp to mulige veier.

Det å gå til naboruten rett til høyre kan markeres med 1, og det å gå rett opp til en naborute med 0. Veien i figur 2 kan derfor beskrives som 10101 og den i figur 3 som 01110. Generelt kan vi si at en vei mellom A og B er det samme som en bitsekvens med lengde 5 der det er nøyaktig to 0-er (og dermed nøyaktig tre 1-ere).

- Tegn den veien som er gitt ved bitsekvensen 11100
- Hvor mange forskjellige veier finnes det mellom A og B i figur 1.
- La m og n være hele tall slik at $m \geq 2$ og $n \geq 2$. Anta at vi har et $m \times n$ - brett der ruten lengst ned til venstre heter A og den lengst opp til høyre B. Hvor mange forskjellige veier vil det da være mellom A og B.