

AVDELING FOR INGENIØRUTDANNING

EKSAMENSOPPGAVE

Emne: Diskret matematikk		Emnekode: FO 019A	Fagansvarlig: Ulf Uttersrud
Gruppe(r):		Dato: 09.12.2008	Eksamenstid: 9 – 14
Eksamensoppgaven består av:	Antall sider (inkl. forsiden): 4	Antall oppgaver: 10	Antall vedlegg: 0
Tillatte hjelpemidler:	Alle trykte og skrevne hjelpemidler samt håndholdt kalkulator som ikke kommuniserer trådløst		
Kandidaten må selv kontrollere at oppgavesettet er fullstendig. Ved eventuelle uklarheter i oppgaveteksten skal du redegjøre for de forutsetninger du legger til grunn for løsningen.			

Utarbeidet av (faglærer):	Kontrollert av (en av disse):			Studieleders/ Fagkoordinators underskrift:
	Annen lærer	Sensor	Studieleder/ Fagkoordinator	
Ulf Uttersrud				

Alle de 10 oppgavene teller likt. Det er ikke slik at lette oppgaver kommer først og vanskelige til slutt. Bruk derfor ikke for mye tid på en oppgave du ikke får til. Prøv isteden en ny oppgave.

Alle svar skal begrunnes! Det kan for eksempel skje ved at du tar med mellomregninger eller gir andre former for argumentasjon. Kun et svar uten noen begrunnelse er normalt verdiløst.

Oppgave 1

- a) Utsagnene p og q er gitt ved p : «Jeg tar datautdanning» og q : «Jeg vil få jobb som databehandler». Skriv utsagnene i) «Jeg tar datautdanning og vil få jobb som databehandler», ii) «Hvis jeg tar datautdanning, så vil jeg få jobb som databehandler», iii) «Jeg vil få jobb som databehandler og jeg tar ikke datautdanning» og iv) «Jeg vil få jobb som databehandler bare hvis jeg tar datautdanning» ved hjelp av p , q og logiske operatorer.
- b) La p , q og r være vilkårlige logiske utsagn. Avgjør for hvilke verdier av p , q og r det sammensatte utsagnet $\neg(r \rightarrow (p \vee q))$ er sant.

Oppgave 2

La A , B og C være vilkårlige mengder.

- a) Lag et Venn-diagram der du skraverer mengden $A - (B \cup C)$.
- b) Skriv mengden $(A - (B - C)) \cup ((A \cap B) - C)$ på så enkel form som mulig. Her kan det vært lurt å lage et Venn-diagram først.

Oppgave 3

La N være de naturlige tallene, dvs. la $N = \{0, 1, 2, \dots\}$. La funksjonen $f: N \rightarrow N$ være definert ved $f(k) = (k \bmod 3) + (k \bmod 7)$

- a) Finn $f(0)$, $f(4)$, $f(10)$ og $f(12)$.
- b) Finnes det en $k \in N$ slik at $f(k) = 9$? Hva med $f(k) = 8$? Begrunn svarene!
- c) Finn verdimengden til f . Er f en-til-en? Er f på? Begrunn svarene!

Oppgave 4

- a) Gitt tallet 432_{10} . Finn tallet på binær form og på heksadesimal form.
- b) Gitt det heksadesimale tallet AAA_{16} . Finn tallet på oktal form.
- c) Hvis vi bruker fast bitformat på 8 biter og 2-komplement for heltall på binær form, hvilke tall (på desimal form) er da dette: 10101010, 10000000 og 11111111?

Oppgave 5

Gitt matrisene $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ og $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}$.

Finn $A+B$, A^T og AA^T . Her betyr A^T den transponerte til A og AA^T matrisemultiplikasjonen av A og A^T .

Oppgave 6

- a) Finn summen $1+2+3+4+\dots+99+100$
- b) Finn summen $2+5+8+11+\dots+95+98$
- c) Finn summen $\sum_{k=0}^6 3(-2)^k = 3+3(-2)+3(-2)^2+\dots+3(-2)^6$ ved å bruke formelen for summen av en geometrisk rekke.

Oppgave 7

La A være mengden av femsifrede hele tall der kun sifrene 1, 2 og 3 inngår. For eksempel er de tre femsifrede tallene 12321, 11223 og 22322 med i A .

- a) Finn $\binom{5}{2}$.
- b) Hvor mange tall i A har ikke 1 som siffer?
- c) Hvor mange tall i A inneholder sifferet 1 nøyaktig to ganger?
- d) Hvor mange tall i A har ikke to 1-ere ved siden av hverandre? For eksempel har 21132 og 22111 to 1-ere ved siden av hverandre, men det har ikke 22322, 32123 eller 21312.

Oppgave 8

Gitt differensligningen $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}$, $a_0 = 2$, $a_1 = 3$.

- a) Finn a_2 , a_3 og a_4 .
- b) Finn en formel for a_n .
- c) Finn a_{10} ved å sette inn i formelen for a_n .

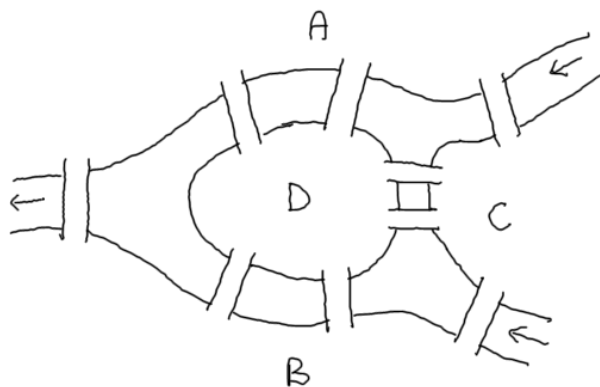
Oppgave 9

La $A = \{a, b, c, d\}$ og la R være relasjonen på A gitt ved

$$R = \{(a, b), (b, c), (c, d), (d, a)\}$$

- Tegn grafen til R og sett opp matrisen M_R til R .
- Er R refleksiv? Er R symmetrisk? Er R antisymmetrisk? Er R transitiv?
- Finn alle par (x, y) av elementer fra A slik at det går en vei i grafen til R fra x til y med lengde 4. Husk at en vei i en rettet graf alltid går i kantenenes retning.
- Finn de logiske matriseproduktene $M_R \odot M_R = M_R^{[2]}$ og $M_R \odot M_R \odot M_R \odot M_R = M_R^{[4]}$

Oppgave 10



I undervisningen ble "Broene i Königsberg" tatt frem som et eksempel på hvordan et praktisk problem kunne oversettes til et grafproblem. Innbyggerne i byen tenkte at de kunne bygge flere broer slik som figuren over viser. Det er som før fire landområder A, B, C og D der D er en øy. Pilene viser hvilken vei vannet renner i elvene. Broene er markert med to parallelle streker.

- Sett opp dette som en graf. La hvert av de fire landområdene A, B, C og D være punkter i grafen og la de tilhørende broene være kanter mellom punktene.
- Sett opp graden til hvert av de fire punktene i grafen.
- Er det mulig å starte på øya D, passere alle broene nøyaktig én gang og så komme tilbake til D? Hvis ja, skriv opp veien en kan gå.