

AVDELING FOR INGENIØRUTDANNING

EKSAMENSOPPGAVE

Emne: Diskret matematikk		Emnekode: FO 019A	Faglig veileder: Ulf Uttersrud
Gruppe(r):		Dato: 10.12.2004	Eksamenstid: 9 - 14
Eksamensoppgaven består av:	Antall sider (inkl. forsiden): 4	Antall oppgaver: 14	Antall vedlegg: 0
Tillatte hjelpemidler:	Alle skriftlige – både trykte og håndskrevne, samt alle typer lommekalkulatorer, er tillatt		
Kandidaten må selv kontrollere at oppgavesettet er fullstendig. Ved eventuelle uklarheter i oppgaveteksten skal du redegjøre for de forutsetninger du legger til grunn for løsningen.			

Utarbeidet av (faglærer): Ulf Uttersrud	Kontrollert av (en av disse):			Studieleders/ Fagkoordinators underskrift:
	Annen lærer	Sensor:	Studieleder/ Fagkoordinator	

Flg. 14 oppgaver teller likt!

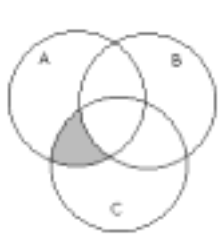
Oppgave 1

Er de to sammensatte logiske utsagnene $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ og $\neg p \vee \neg q \vee r$ ekvivalente? Svaret skal begrunnes!

Oppgave 2

i) La A , B og C være vilkårlige mengder. Er mengdene $A \cap (B - C)$ og $(A \cap B) - C$ like? Avgjør det ved å tegne et Venn-diagram for hver av dem. Skravér de aktuelle områdene.

ii) Lag en mengdeformel i A , B og C som svarer til det grå området i flg. Venn-diagram:



Oppgave 3

Gitt matrisene $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ og $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$.

i) En $m \times n$ -matrise har dimensjon $m \times n$. For at et matriseprodukt skal være definert må det stilles bestemte krav til dimensjonene til matrisene. Avgjør hvilke av flg. matriseprodukter som er definert: AB , BA , AC , CA , BC , CB . Sett også opp hvilke dimensjon produktet får for de matriseproduktene som er definert.

ii) Regn ut matriseproduktene AB og BA .

Oppgave 4

Gitt heltallene a og b på binærform, dvs. $a = 10101100_2$ og $b = 11001100_2$. La $c = a + b$. Finn i) c på binærform, ii) c på oktal form og iii) c på heksadesimal form. Forklar hvordan du har kommet frem til svarene!

Oppgave 5

La N være de naturlige tallene, dvs. $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$. La $f : N \rightarrow N$ være funksjonen definert ved $f(n) = (n \bmod 3) + (n \bmod 5)$.

i) Finn $f(n)$ for $n = 0, 1, 2, 3, 6$ og 14 .

ii) Finn verdimengden V_f til funksjonen f . Er f en til en (eng: one-to-one)? Er f på (eng: onto)? Svarene skal begrunnes!

Oppgave 6

i) Gitt den aritmetiske tallfølgen 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, Finn en formel for det n -te leddet a_n i følgen og finn summen av de 20 første leddene.

ii) Gitt flg. programkode:

```
for (int i = 0; i < 100; i++)
{
    for (int j = i; j < 100; j++)
    {
        System.out.println(i+j);
    }
}
```

Hvor mange ganger vil utskriftssetningen `System.out.println(i+j);` bli utført hvis denne programkoden kjøres?

Oppgave 7

La s_n være definert ved $s_n = \sum_{i=1}^n (i+1)2^i$ for $n \geq 1$.

i) Bruk definisjonen av s_n til å finne s_1 og s_2 . Vis mellomregningen.

ii) Vis ved hjelp av induksjon at $s_n = n2^{n+1}$ for $n \geq 1$.

Oppgave 8

Gitt differensligningen $a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2}$, $a_0 = 5$, $a_1 = 0$.

Finn a_2 og a_3 . Finn en formel for a_n .

Oppgave 9

Vi skal i hele denne oppgaven se på bitsekvenser (eng: bit strings) med lengde 8.

i) Hvor mange forskjellige er det?

Vi skal nå begrense oss til de som inneholder nøyaktig to 1-biter. Bitsekvensene 00110000 og 01000100 er begge av den typen. I den første står 1-bitene ved siden av hverandre og i den andre står de ikke ved siden av hverandre.

ii) Hvor mange forskjellige er det der de to 1-bitene står ved siden av hverandre?

iii) Hvor mange forskjellige er det der de to 1-bitene ikke står ved siden av hverandre?

Oppgave 10

Vi skal se på permutasjoner av bokstavene A, B, C, D, E . Hvor mange permutasjoner har A først? Hvor mange har A først og C på midten? Hvor mange har A først eller C på midten eller E bakerst?

Oppgave 11

Gitt de logiske matrisene $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ og $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Finn $A \vee B$, $A \wedge B$ og $A \odot B$. ($A \odot B$ betyr det logiske (eller boolske) matriseproduktet (eng: the Boolean product of A and B)).

Oppgave 12

La $A = \{1, 2, 3, 4\}$ og la R være relasjonen på A gitt ved $R = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,3), (2,4), (3,3), (3,4), (4,4)\}$.

Tegn grafen til relasjonen og sett opp dens matrise.

Er relasjonen refleksiv? Er den symmetrisk? Er den antisymmetrisk? Er den transitiv? Definerer relasjonen en partiell ordning på A ?

Oppgave 13

La mengden A være gitt ved $A = \{a, b, c, d, e, f\}$. Da vil mengdene $\{a\}$, $\{b, c\}$, $\{d, e\}$ og $\{f\}$ utgjøre en partisjon av A . Sett opp den ekvivalensrelasjonen R på A som har mengdene i denne partisjonen som ekvivalensklasser. Sett opp R som en samling tallpar og sett opp grafen og matrisen til R .

Oppgave 14

La x , y og z være boolske variabler.

i) Skriv det boolske uttrykket $y(\bar{x} + z)$ som en sum av minimumsledd.

ii) Skriv den boolske funksjonen $f(x, y, z) = xyz + \bar{x}yz + \bar{x}y\bar{z}$ på en enklere form.