Innlevering i	FO929A - Matematikk
	Obligatorisk innlevering nr. 9
Innleveringsfrist	13. mai 2011 kl. 15.00
Antall oppgaver:	4

Oppgave 1
Når vi "flipper" et kronestykke, er sannsynligheten like stor for å få kron som for å få mynt.

a) Når vi "flipper" krona tre ganger, hvor mange mulige utfall har vi (i en uniform sannsynlighetsmodell)?

b) Hva er sannsynligheten for å få kron alle tre gangene?

c) Hva er sannsynligheten for å få mynt minst en gang?

Dersom A og B er uavhengige hendinger, gjelder

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

Bruk dette til å svare på spørsmålene under.

d) Et sykehus har to like nød-aggregater for strøm i tilfelle strømstans. Sannsynligheten for at hvert av agregatene fungerer er 98 %. Hva er da sannsynligheten for at minst et av dem fungerer om strømmen skulle gå?

e) Dersom sykehuset skaffer enda et aggregat av samme type, hva er da sannsynligheten for at ingen av aggregatene fungerer? Og hva blir sannsynligheten for at minst ett av dem fungerer?

Oppgave 2
Skriv disse mengdene enklere

a) $\langle \leftarrow, 3] \cap \langle -2, 15]$

b) $\langle \leftarrow, 3] \cup \langle -2, 15]$

c) $\{0, 3, 2 + \pi, \sqrt{2}\} \cap \mathbb{Q}$

d) $\langle \leftarrow, 0\rangle \cup \langle 0, \rightarrow\rangle$

Oppgave 3
Om vi lar $y(t)$ være antall meter en fallskjermhopper har falt t sekunder etter at hun har hoppet (før fallskjermen blir løst ut), kan fallet langt på vei beskrives ved differensiallikninga

$$y''(t) = 9,81 - \frac{k}{m} y'(t),$$

der 9,81 er tyngeakselerasjonen (i m/s^2), m er massen til hopperen i kg og den positive konstanten k har med luftmotstanden å gjøre.

a) Vis at

$$y(t) = A + Be^{-\frac{k}{m}t} + 9,81\frac{m}{k}t,$$

der A og B er konstanter, er en løsning av differensiallikninga.

b) Hvorfor er det rimelig å kreve at $y(0) = 0$ og at $y'(0) = 0$? Bruk disse to kravene til å bestemme A og B.

d) Finn farten nedover (i m/s) som funksjon av tida, og skisser grafen til denne funksjonen.

c) Vis at denne funksjonen har en horisontal asymptote om vi tillater oss at $t \to \infty$. Fallskjermhopperen, som veier 73 kg med utstyr, kommer opp i en maksimal fart på 55 m/s. Hva må da k være?

Oppgave 4

a) Finn summen av alle partall mellom 100 og 600 (inkludert 100 og 600).

b) Finn summen av alle partall mellom 100 og 600 som ikke er delelige med 3.

c) Finn summen av rekken

$$\frac{2^3}{5^4} + \frac{2^5}{5^5} + \frac{2^7}{5^6} + \cdots$$

hvor n-te ledd er $\frac{2^{2n+1}}{5^{n+3}}$.

d) Vi skal se på en sum av vektorer. Vi lar den første vektoren være $\overrightarrow{v}_1 = [1, 0]$. Den neste vektoren, $\overrightarrow{v}_2$ er gitt ved å rotere $\overrightarrow{v}_1$ nitti grader mot urviseren og redusere lengden med en faktor $0,9$. Vi gjentar prosedyren og definerer rekursivt $\overrightarrow{v}_{n+1}$ ved å rotere $\overrightarrow{v}_n$ nitti grader mot urviseren og redusere lengden med en faktor $0,9$. Finn vektoren $\overrightarrow{v}_n$ for $n \geq 1$.

e) La vektorene $\overrightarrow{v}_n$ være som i del c) Argumenter for at summen

$$\overrightarrow{W}_n = \overrightarrow{v}_1 + \overrightarrow{v}_2 + \cdots + \overrightarrow{v}_n$$

konvergerer mot en vektor $\overrightarrow{W}$ når n går mot uendelig. Finn vektoren $\overrightarrow{W}$.