

Innlevering i FO929A - Matematikk
Obligatorisk innlevering nr. 8
Innleveringsfrist 15. april 2011 kl. 15.00
Antall oppgaver: 4

Oppgave 1

Beregn disse ubestemte integralene

a) $\int 5 \cos(3t - 2) dt$

b) $\int \frac{x}{x^2+1} dx$

c) $\int x^2 e^{2x} dx$

d) $\int \sin x \cdot \cos x dx$

e) $\int \frac{1}{x^2-1} dx.$

Oppgave 2

Beregn disse bestemte integralene

a) $\int_1^5 x(1 - x^2)^4 dx$

b) $\int_0^1 \frac{1}{2x+3} dx$

c) $\int_0^1 \frac{2s}{\cos^2(s^2)} ds$

d) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin(2x)e^{-x} dx$

e) $\int_0^p \left(\sin\left(\frac{2\pi}{p}(x - c)\right) + d \right) dx.$

Oppgave 3

Påstand: *Av alle mennesker som noen gang har levd, er de fleste i live fremdeles.*

I denne oppgaven skal vi vurdere om dette kan være sant. Det kan gjøres ved å sette opp en enkel modell basert på antagelsen at befolkningsveksten er eksponentiell (dette er en ganske rimelig antagelse om vi ser på de siste århundrene). Ved år 1700 var befolkningen i verden omtrent 600 millioner. I år 2000 hadde dette øket med en faktor 10 – til 6 milliarder (6.000 millioner) mennesker. Disse tallene kan brukes til å lage en funksjon som estimerer

hvordan antall mennesker i verden varierer med tiden. (Tiden kan f. eks. være gitt ved årstallet.) Ved hjelp av integrasjon kan man da finne ut hvor mange “menneskeår” som har blitt levd til sammen (velg en nedre grense for integrasjonen som du synes passer). Ved å gå ut fra en gjennomsnittlig levealder (bestem et rimelig gjennomsnitt selv), kan man anslå hvor mange mennesker som har levd.

Ut fra denne modellen, virker påstanden øverst rimelig?

Oppgave 4

Gitt funksjonen $f(x) = \sqrt{1-x^2}$,

- a) hva er største mulige definisjonsmengde for f ?
- b) Skissér grafen til f og bruk dette til å finne det bestemte integralet $\int_{-1}^1 f(x) dx$.
- c) Denne derivasjonsregelen gjelder: $(\sin^{-1} x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.
Bruk dette til å vise at

$$\left(\frac{x}{2}\sqrt{1-x^2} + \frac{1}{2}\sin^{-1} x\right)' = f(x).$$

- d) Bruk resultatet i oppg. c) til å regne ut det bestemte integralet i oppg. b) ved anti-derivasjon.
- e) Forsøk å bevise derivasjonsregelen for $\sin^{-1} x$, gitt i oppg. c).
(Hint: $\sin(\sin^{-1} x) = x$. Det kan også være nyttig å la $\sin^{-1} x$ være en vinkel i en rettvinkla trekant).