Innlevering i	FO929A - Matematikk
	Obligatorisk innlevering nr. 7
Innleveringsfrist	1. april 2011 kl. 15.00
Antall oppgaver:	5

Oppgave 1
Løs likningene for x

a) $e^{3x} = \ln 2$

b) $e^x - e^{-x} = 1$

c) $\ln|x-1| = -2$

d) $\ln(2) + \ln(x+2) = 2\ln(x+1)$.

Oppgave 2

a) Finn den n-te deriverte til funksjonen

$$f(x) = 2 + 7x - 3x^2 + \frac{1}{2}x^3$$

med hensyn til x for alle $n \geq 1$.

b) Deriver funksjonen $f(x) = 2x + x^2e^{-x} + \cos(\pi x/180)$ med hensyn til x.

c) Deriver funksjonen x^x med hensyn til x. Hint: $x^x = (e^{\ln x})^x = e^{x\ln x}$.

d) Deriver funksjonen $x\ln(\ln x)$ med hensyn til x.

Oppgave 3
Finn de ubestemte integralene nedenfor

a) $\int (x + x^2 + x^3)\,dx$

b) $\int \frac{4x^3-x^2+1}{2x-1}\,dx$

c) $\int -13\cos(4(x-1))\,dx$

d) $\int \left(-3\sqrt[5]{x} + \frac{11}{\sqrt{x}}\right)\,dx$.

Oppgave 4
Anta at Astrid kjører langs en helt rett strekning fra tida er 0 s til tida er 60 s. Farten loggføres og viser seg å være beskrevet av formelen

$$v(t) = t - \frac{t^3}{3600} \ ,$$

der v er gitt i m/s (meter per sekund) og t er gitt i sekund.

a) Hva er akselerasjonen som en funksjon av t?

b) Når er farten størst og hva er farten da? Oppgi farten med 3 desimalers nøyaktighet.

c) Hvor langt kjører Astrid fra $t = 0$ til $t = 60$? Vi minner om at den deriverte til posisjonsfunksjonen er fartsfunksjonen.

Oppgave 5
a) En perfekt harmonisk oscilator tilfredstiller differensiallikningen

$$y''(t) + \frac{k}{m}y(t) = 0$$

hvor $k > 0$ er fjærstivheten og m er massen til objektet. Dette vil si at den dobbelt deriverte $y''(t)$ er lik $-(k/m)y(t)$ for alle (gyldige) tider t. Vis at både funksjonen $y_1(t) = \sin\left(\sqrt{k/m} \cdot t\right)$ og funksjonen $y_2(t) = \cos\left(\sqrt{k/m} \cdot t\right)$ tilfredesstiller differensiallikningen.

b) Vis at også det generelle uttrykket

$$y(t) = a\sin\left(\sqrt{k/m} \cdot t\right) + b\cos\left(\sqrt{k/m} \cdot t\right)$$

tilfredstiller differensiallikningen.

c) En harmonisk oscilator med en dempning som er proporsjonal med farten til objekter tilfredstiller differensiallikningen

$$y''(t) + ry'(t) + \frac{k}{m}y(t) = 0$$

hvor $r > 0$ er dempningskonstanten. Anta at objektet er i likevektsposisjonen i tida $t = 0$ (d.v.s. $y(0) = 0$). Vis at løsninger på formen

$$y(t) = ae^{-ct}\sin(d \cdot t)$$

tilfredsstiller differensiallikningen over og kravet $y(0) = 0$, og bestem konstantene c og d uttrykt ved hjelp av r og k/m.

Dere kan lese mer om harmonisk oscilatorer i fysikkboken deres.