

Innlevering i matematikk

Obligatorisk innlevering nr. 6

Innleveringsfrist: 11. mars 2011

Antall oppgaver: 4

Alle svar skal grunngis.

Oppgave 1

Deriver disse funksjonene

$$a(x) = 3x^2 + 4x - 7$$

$$b(x) = (3x^2 + 4x - 7)^8$$

$$c(x) = \sin(x^2 + 2x)$$

$$d(x) = \sin^2(x^2 + 2x)$$

$$e(x) = x \ln x$$

$$f(x) = e^x \cdot \cos x$$

$$g(x) = e^{-2x^2}$$

$$h(x) = \sin(\cos(x^2))$$

$$i(x) = \frac{\tan x}{\cos x}$$

Oppgave 2

Løs disse likhetene og ulikhetene

a) $5 \cdot 7^x = 245$

b) $\lg x - 4 = \lg(10x^2)$

c) $5 \cdot 4^x - 16^x = 6$

d) $-\sqrt{3} \cos x = \frac{3}{2}, \quad x \in [0, 2\pi)$

e) $-\sqrt{3} \cos x > \frac{3}{2}, \quad x \in [0, 2\pi)$

Oppgave 3

Finn alle asymptoter til disse funksjonene

a) $f(x) = \ln(x^2 - 1)$

b) $g(x) = \tan \frac{x}{2}, \quad x \in [0, 3\pi)$

c) $h(x) = \frac{x^2 + \ln x}{x^2 - 1}$

- d) For funksjonene
- f
- og
- h
- , hva er det største definisjonsmengden hver av disse funksjonene kan ha?

Oppgave 4

I atmosfæren finnes det en viss del karbon. En liten del av dette karbonet er av typen ^{14}C . Dette karbonet er radioaktivt. Det vil si at det spontant går over i til et annet grunnstoff ved å sende ut stråling. Dette kan utnyttes til å daterte biologisk materiale fra arkeologiske funn. I en levende organisme er andelen ^{14}C i forhold til den totale karbonmengden det samme som i atmosfæren. Men når organismen dør, vil andelen med ^{14}C avta eksponentielt på grunn av radioaktiviteten. Halveringstida til ^{14}C er ca. 5700 år – det vil si at etter 5700 år har ^{14}C -mengden blitt halvert. Etter nye 5700 år har mengden blitt halvert igjen o.s.v.

- a) Forklar hvorfor mengden av
- ^{14}C
- i et dødt organisk materiale kan beskrives ved funksjonen

$$N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/a},$$

der $N(t)$ er ^{14}C -mengden etter t år, N_0 er ^{14}C -mengden i utgangspunktet og a er halveringstida.

- b) Vis at funksjonen
- $N(t)$
- oppfyller likninga

$$N'(t) = -k \cdot N(t)$$

for en bestemt verdi av konstanten k . Hva blir denne k -verdien?

- c) Lag ei skisse av funksjonen
- $N(t)/N_0$
- .
-
- d) Vi tenker oss at man har gjort et funn av mammut-rester hvor
- ^{14}C
- andelen viser seg å være 19 % av den andelen man finner i atmosfæren. Dersom vi antar at denne andelen er uendret siden da, hvor lenge er det siden denne mammuten levde?

