

Innlevering i matematikk

Obligatorisk innlevering nr. 4

Innleveringsfrist: 21. januar 2010 kl. 14.00

Antall oppgaver: 4

Alle svar skal grunngis.

Oppgave 1

Gitt tre vektorer i rommet: $\vec{a} = [3, -1, 0]$, $\vec{b} = [2, 4, 7]$ og $\vec{c} = [-4, 1, 2]$.

- Finne lengda av hver av vektorene.
- For hvert par av vektorer, finne skalarproduktet (prikk-produktet).
- For hvert par av vektorer, finne vinkelen mellom vektorene.
- For hvert par av vektorer, finne vektorproduktet (kryssproduktet).
- Dersom vi plasserer vektorene \vec{a} , \vec{b} og \vec{c} slik at de alle har utgangspunkt i det samme punktet (for eksempel origo), danner vektorene tre av sidene i et parallellepiped. Finn volumet av dette parallellepipedet.
- Forklar hvorfor definisjonen av vektorprodukt bare gir mening for vektorer i rommet.

Oppgave 2

- Punktet S har koordinatene $(-1, 3)$. Dersom en tegner inn alle punktene som har avstanden $r = 4$ til dette punktet, hva slags kurve får vi?
- Er denne kurva grafen til en funksjon?
- La punktet $P(x, y)$ ligge på denne kurva. Forklar hvorfor

$$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 4^2.$$

- En annen kurve av samme type består av punkt som oppfyller likningen $x^2 + y^2 - 4x + 10y + 20 = 0$. Sammenlignet med oppg. a), hvilket punkt (S) og hvilken avstand (r) svarer dette til?

Oppgave 3

Bestem disse grenseverdiene dersom de eksisterer:

a) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 4x - 30}{x - 5}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 2}{\sin x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^{50} + 1)$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^3 - 15x^2 + 24x - 12}{x^3 - 7x^2 + 16x - 12}$

e) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^3 - 15x^2 + 24x - 12}{x^3 - 7x^2 + 16x - 12}$

Oppgave 4

Bestem alle asymptoter, vertikale, horisontale og skrå, til disse rasjonale funksjonene, og bruk asymptotene til å lage en enkel skisse av grafen til hver av funksjonene.

a) $a(x) = \frac{4x-2}{x-1}$

b) $b(x) = \frac{2x^2-2x-12}{x+3}$

c) $c(x) = \frac{1}{x^2-4}$

d) $d(x) = \frac{x^2-10x+25}{2x^2-6x-20}$