Innlevering i	Matematikk
	Obligatorisk Innlevering 2
Innleveringsfrist	12. november 2010 kl. 13.00
Antall oppgaver	9

Løsningsforslag

Oppgave 1

a)

$$\begin{aligned}\sin A &= \frac{BC}{AC} = \frac{3,2\ cm}{5,1\ cm} = 0,627 \\ \angle A &= \sin^{-1} 0,627 = 38,86^\circ \approx \underline{\underline{38,9^\circ}}.\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}\sin B &= \frac{AC}{AB} \\ AB \cdot \sin B &= AC \\ AB &= \frac{AC}{\sin B} = \frac{7}{\sin 25^\circ} = 16,56 \approx \underline{\underline{16,6}}.\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}\tan C &= \frac{AB}{BC} \\ BC &= \frac{AB}{\tan C} = \frac{3,8\ dm}{\tan 63^\circ} = 1,936\ dm \approx \underline{\underline{1,94\ dm}}.\end{aligned}$$

Oppgave 2

a) $\angle C = 90^\circ - \angle A = 50^\circ$, $AB/AC = \cos 40^\circ$ gir $AC \cong 6.53$, og $BC/AB = \tan 40^\circ$ gir $BC \cong 4.20$.

b) $\angle C = 90^\circ - \angle A = 15^\circ$, $BC/AC = \sin 75^\circ$ gir $BC \cong 9.66$, og $AB/AC = \cos 75^\circ$ gir $AB \cong 2.59$.

c) $\tan B = AC/AB$ gir $\angle B \cong 58.0^\circ$, $\angle C = 90^\circ - \angle B \cong 32.0^\circ$, og $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} \cong 9.43$.

d) $\angle C = 90^\circ - \angle A = 65^\circ$, $BC/AC = \sin 25^\circ$ gir $AC \cong 16.56$, og $BC/AB = \tan 25^\circ$ gir $AB \cong 15.01$.

Oppgave 3

Vi bruker at $180° = \pi$.

a) $v = 30° = \frac{30°}{180°}\pi = \underline{\underline{\pi/6}}$

b) $v = -45° = \frac{-45°}{180°}\pi = \underline{\underline{-\pi/4}}$

c) $v = 60° = \frac{60°}{180°}\pi = \underline{\underline{\pi/3}}$

d) $v = 270° = \frac{270°}{180°}\pi = \underline{\underline{3\pi/2}}$

e) $v = 120° = \frac{120°}{180°}\pi = \underline{\underline{2\pi/3}}$

Oppgave 4

a) $AB/AC = \cos 40°$ gir $AC \cong 6.53$,og areal $A = 1/2 \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A \cong 10.49$

b) $AB/AC = \cos 75°$ gir $AB \cong 2.59$, og areal $A = 1/2 \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A \cong 12.50$

c) Areal $A = 1/2 \cdot AB \cdot AC \cong 20.00$

d) $BC/AC = \sin 25°$ gir $AC \cong 16.56$, og areal $A = 1/2 \cdot AC \cdot BC \cdot \sin C \cong 52.54$

Oppgave 5

a) $\sin(x + 30°) = \sin x \cdot \cos 30° + \sin 30° \cdot \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$

b) $\cos(v - 45°) = \cos v \cdot \cos 45° + \sin v \cdot \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos v + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin v$

c) $\tan(u + 45°) = \frac{\tan u + \tan 45°}{1 - \tan u \cdot \tan 45°} = \frac{\tan u + 1}{1 - \tan u}$

d) $\cos(180° - x) = \cos 180° \cdot \cos x + \sin 180° \cdot \sin x = -\cos x + 0 = -\cos x$

e) $\sin(-x) = \sin(0° - x) = \sin 0° \cdot \cos x - \sin x \cdot \cos 0° = 0 - \sin x = -\sin x$

Oppgave 6

I hvert tilfelle, finn alle vinkler v med $0 \leq v < 360°$ som tilfredstiller de gitte betingelsene. Svarene skal gis eksakt.

a) $\sin v = \frac{1}{2}$ gir $v = \arcsin(1/2) + n \cdot 360°$ eller $v = 180° - \arcsin(1/2) + n \cdot 360°$. Siden $\arcsin(1/2) = 30°$ og $0 \leq v < 360°$, får vi løsninger $v = 30°$ og $v = 150°$.

b) $\tan v = 1$ gir $v = \arctan(1) + n \cdot 180°$. Siden $\arctan(1) = 45°$ og $0 \leq v < 360°$, får vi løsninger $v = 45°$ og $v = 225°$.

c) $\cos v = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ gir $v = \arccos(\sqrt{3}/2) + n \cdot 360°$ eller $v = -\arccos(\sqrt{3}/2) + n \cdot 360°$. Siden $\arccos(\sqrt{3}/2) = 30°$ og $0 \le v < 360°$, får vi løsninger $v = 30°$ og $v = 330°$.

d) $\sin v = 0$ gir $v = \arcsin(0) + n \cdot 360°$ eller $v = 180° - \arcsin(0) + n \cdot 360°$. Siden $\arcsin(0) = 0°$ og $0 \le v < 360°$, får vi løsninger $v = 0°$ og $v = 180°$.

e) $\tan v = -\sqrt{3}$ gir $v = \arctan(-\sqrt{3}) + n \cdot 180°$. Siden $\arctan(-\sqrt{3}) = -60°$ og $0 \le v < 360°$, får vi løsninger $v = 120°$ og $v = 300°$.

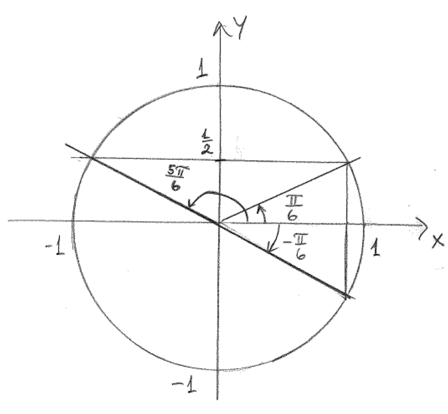
Oppgave 7

a)

$$\begin{aligned} 2\sin v - 1 &= 0 \\ \sin v &= \frac{1}{2} \\ \sin^{-1}\frac{1}{2} &= \frac{\pi}{6}. \end{aligned}$$

Dermed vil alle vinkler v som oppfyller $v = \frac{\pi}{6} + n \cdot 2\pi$, der n er et heltall, være løsninger. Ut fra enhetssirkelen ser vi at også $v = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$, og dermed også $v = \frac{5\pi}{6} + n \cdot 2\pi$ er løsninger. Siden $v \in [0, 2\pi\rangle$, får vi:

$$v = \frac{\pi}{6} \quad \text{eller} \quad v = \frac{5\pi}{6}.$$



b)

$$\begin{aligned}
\sin v - \cos v &= 0 \\
\frac{\sin v}{\cos v} - \frac{\cos v}{\cos v} &= 0 \quad (\text{antar } \cos v \neq 0) \\
\tan v &= 1 \\
\tan^{-1} 1 &= \frac{\pi}{4}
\end{aligned}$$

Generell løsning: $v = \frac{\pi}{4} + n \cdot \pi$ der n er et heltall. I første omløp ($v \in [0, 2\pi\rangle$) får vi to løsninger:

$$\underline{\underline{v = \frac{\pi}{4} \quad \text{eller} \quad v = \frac{\pi}{4} + \pi = \frac{5\pi}{4}.}}$$

c)

$$\begin{aligned}
2\sqrt{3}\cos v &= 3 \\
\cos v &= \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\
\cos^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2} &= \frac{\pi}{6}.
\end{aligned}$$

Ut fra enhetssirkelen ser vi at vi før føglende generelle løsninger:

$$v = \frac{\pi}{6} + n \cdot 2\pi \quad \text{eller } v = -\frac{pi}{6} + n \cdot 2\pi, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Siden v er begrenset til første omløp, får vi løsningen

$$\underline{\underline{v = \frac{\pi}{6} \quad \text{eller} \quad v = -\frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{11\pi}{6}}}$$

d)

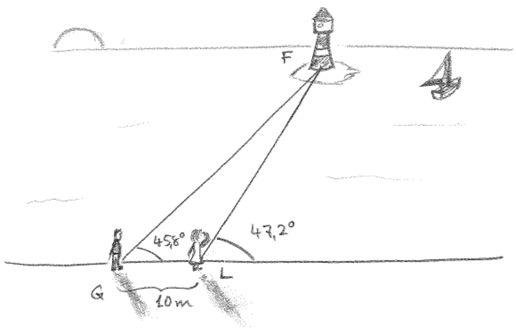
$$\begin{aligned}
\sin v &= -\sqrt{3}\cos v \\
\frac{\sin v}{\cos v} &= -\sqrt{3}\frac{\cos v}{\cos v} \quad (\text{antar } \cos v \neq 0) \\
\tan v &= -\sqrt{3} \\
\tan^{-1}(-\sqrt{3}) &= -\tan^{-1}\sqrt{3} = -\frac{\pi}{3}
\end{aligned}$$

Generell løsning: $v = -\frac{\pi}{3} + n\pi, \quad n \in \mathbb{Z}$. I første omløp:

$$\underline{\underline{v = -\frac{\pi}{3} + \pi = \frac{2\pi}{3} \quad \text{eller} \quad v = -\frac{\pi}{3} + 2\pi = \frac{5\pi}{3}.}}$$

Oppgave 8

a) Figuren over illustrerer hvordan Lise og Gunnar står i forhold til fyret.



Fra figuren ser vi at $\angle L = 90° - 47,2° = 132,8°$.

Dermed blir $\angle F = 180° - \angle G - \angle L = 180° - 45,8° - 132,8° = 1,4°$. Sinussetninga gir:

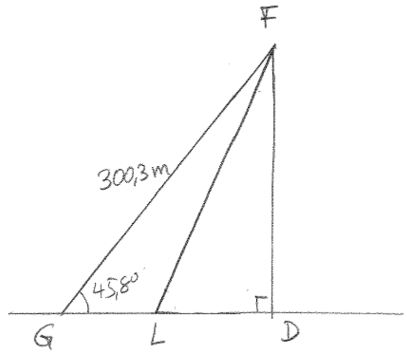
$$\begin{aligned}\frac{GF}{\sin L} &= \frac{GL}{\sin F}\\ GF &= \frac{\sin L}{\sin F}\cdot GL = \frac{\sin 132,8°}{\sin 1,4°}\cdot 10\ m = 300,3m \approx 300\ m.\end{aligned}$$

Videre:

$$\begin{aligned}\frac{LF}{\sin G} &= \frac{GL}{\sin F}\\ LF &= \frac{\sin G}{\sin F}\cdot GL = \frac{\sin 45,8°}{\sin 1,4°}\cdot 10\ m = 293,4\ m \approx 293\ m.\end{aligned}$$

Lise står 294 m fra fyret og Gunnar står 300 m fra fyret.

b) I figuren nedenfor ser vi Lise, Gunnar og fyret ovenfra. Normalen fra fyret på strandlinja treffer strandlinja i punktet D.

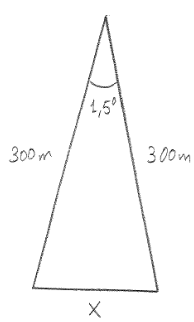


Av figuren ser vi at

$$\begin{aligned} \sin G &= \frac{DF}{GF} \\ DF &= \sin G \cdot GF = \sin 45,8^\circ \cdot 300,3\ m = 215,3\ m \approx 215\ m. \end{aligned}$$

Fyret er 215 m fra stranda.

c) Trekanten nedenfor illustrerer antagelsene til fyrvokteren.



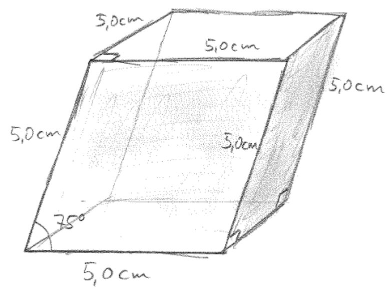
Cosinussetningen gir:

$$\begin{aligned} x^2 &= (300\ m)^2 + (300\ m)^2 - 2 \cdot 300\ m \cdot 300\ m \cdot \cos 1,5^\circ = 61,682\ m^2 \\ x &= \sqrt{61,682\ m^2} = 7,853\ m \approx 8\ m. \end{aligned}$$

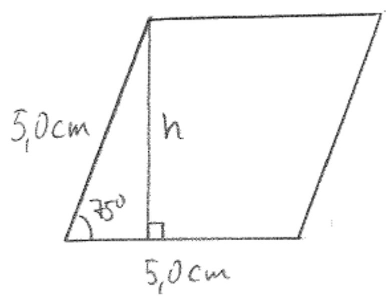
Ut fra fyrvokterens antagelser blir avstanden mellom Lise og Gunnar 8 m.

Oppgave 9

a) Skisse av prismet:



b) Figuren nedenfor viser en av de sideflatene som er parallellogrammer:



Av figuren ser vi at vi kan finne høyden h på denne måten:

$$\begin{aligned}\sin 75^\circ &= \frac{h}{5,0\ cm} \\ h &= \sin 75^\circ \cdot 5,0\ cm = 4,830\ cm \approx \underline{\underline{4,8\ cm}}.\end{aligned}$$

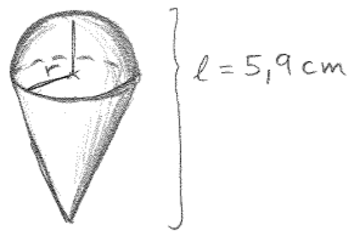
c) Volumet er gitt ved formelen $V = Gh$, der G er arealet av grunnflata. Siden grunnflata er et kvadrat med sider på 5,0 cm, er $G = (5,0\ cm)^2 = 25,0\ cm^2$. Volumet blir

$$V = Gh = 25,0\ cm^2 \cdot 4,830\ cm = 120,74\ cm^3 \approx \underline{\underline{121\ cm^3}}.$$

d) Vi har allerede funnet at arealet av hver av de fire kvadratiske flatene er $G = 25,0\ cm^2$. Arealet A av parallellogrammene finner vi ved å multiplisere grunnlinja $s = 5,0\ cm$ med høyden h, $A = sh = 5,0\ cm \cdot 4,830\ cm = 24,15\ cm^2$. Disse sidene har vi to av. Totalt areal blir da:

$$4G + 2A = 4 \cdot 25,0\ cm^2 + 2 \cdot 24,15\ cm^2 = 148,30\ cm^2 \approx \underline{\underline{148\ cm^2}}.$$

e) Kongla har omtrent denne fasongen:



Volumet av ei kule med radius r er gitt som $V_s = \frac{4}{3}\pi r^3$, så volumet av ei halv kule blir $V_h = \frac{1}{2}V_2 = \frac{2}{3}\pi r^3$. Volumet av ei kjegle er $V_k = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ der r her er radius i grunnflata til kjegla og h er høyden av kjegla. Siden omkretsen av kongla er $o = 9,7\ cm$, kan vi finne radiusen:

$$\begin{aligned} o &= 2\pi r \\ r &= \frac{o}{2\pi} = \frac{9,7\ cm}{2\pi} = 1,544\ cm. \end{aligned}$$

Dermed blir volumet av halvkula

$$V_h = \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\pi(1,544\ cm)^3 = 7,706\ cm^3.$$

Av figuren ser vi at høgda av kjegla er

$$h = l - r = 5,9\ cm - 1,543\ cm = 4,356\ cm.$$

Volumet av kjegla blir

$$V_k = \frac{1}{3}\pi(1,544\ cm)^2 \cdot 4,3562\ cm = 10,87\ cm^3.$$

Totalt blir volumet av kongla

$$V_h + V_k = 7,706\ cm^3 + 10,87\ cm^3 = 18,58\ cm^3 \approx \underline{\underline{18,6\ cm^3}}.$$