Førelesing 26/10

(1) Repetere trigonometriske samanhengar ut frå einings-sirkelen

Heimelekse(?): Sjekk at formlane stemmer også for $v \notin [0°, 90°\rangle$.

(2) Ny teori: Sinus og cosinus til summar og differansar av vinklar (7.8 og 7.9)

Skal koma fram til:

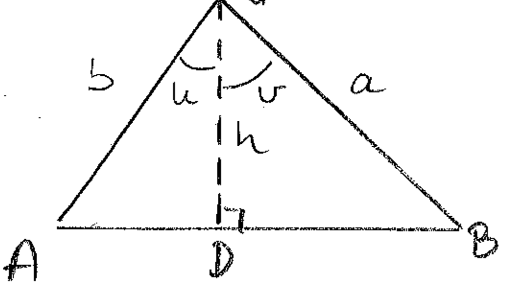
$$\sin(u \pm v) = \sin u \cos v \pm \cos u \sin v$$
$$\cos(u \pm v) = \cos u \cos v \mp \sin v \sin u$$

Fyrst: Eksempel

Finn eksakte verdien av $\sin 75°$

(sjå forige førelesingsnotat)

Bevis for at $\sin(u+v) = \sin u \cos v + \cos u \sin v$



$\angle C = u + v$

Har lært at arealet

$$T = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{ab}{2} \cdot \sin(u+v)$$

også: $T = T_1 + T_2$ der T_1 er arealet av ΔADC og T_2 er arealet av ΔDBC.

$$T_1 = \frac{1}{2} AD \cdot h$$

Ser: $\sin u = \frac{AD}{AC}$, $AD = AC \cdot \sin u = b \cdot \sin u$

$\cos v = \frac{h}{BC}$, $h = BC \cdot \cos v = a \cdot \cos v$

$$T_1 = \frac{1}{2}(b \cdot \sin u) \cdot (a \cos v) = \frac{ab}{2} \sin u \cdot \cos v$$

Vidare:

$$T_2 = \frac{1}{2} BD \cdot h$$

$BD = a \cdot \sin v$

$h = b \cdot \cos u$

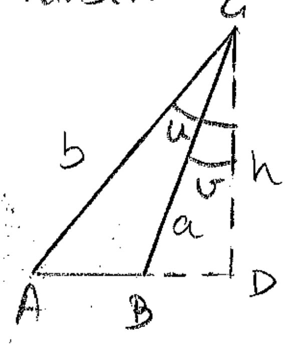
$$T_2 = \frac{ab}{2} \cos u \cdot \sin v$$

$$T = T_1 + T_2$$

$$\frac{ab}{2} \sin(u+v) = \frac{ab}{2} \sin u \cdot \cos v + \frac{ab}{2} \cos u \cdot \sin v$$

$$\sin(u+v) = \sin u \cdot \cos v + \cos u \cdot \sin v$$

Differansen:



$T = T_1 - T_2$

T: Areal av ΔABC

T_1: — " — ΔADC

T_2: — " — ΔBDC

$\angle ACB = u - v$

$$T = \frac{ab}{2} \sin(u-v)$$

$T_1 = \frac{1}{2} bh \sin u$, $h = a \cos v$

$T_2 = \frac{1}{2} ah \sin v$, $h = b \cos u$

$T_1 = \frac{ab}{2} \sin u \cdot \cos v$, $T_2 = \frac{ab}{2} \cos u \cdot \sin v$

$T = T_1 - T_2$

$\frac{ab}{2} \sin(u-v) = \frac{ab}{2} \sin u \cdot \cos v - \frac{ab}{2} \cos v \cdot \sin u$

$$\boxed{\sin(u-v) = \sin u \cdot \cos v - \cos v \cdot \sin u}$$

For $\cos(u \pm v)$:

Brukar at $\cos(u \pm v) = \sin(90° - (u \pm v))$

Eksempel

Uttrykk desse uttrykka ved hjelp av $\sin v$ og $\cos v$.

a) $\cos(60° - v)$
b) $\sin(2v)$
c) $\cos(2v)$

a) $\cos(60° - v) = \cos 60° \cdot \cos v + \sin 60° \cdot \sin v$

[?] Eksakte verdiar? $\cos 60° = \frac{1}{2}$
$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\cos(60° - v) = \underline{\frac{1}{2} \cos v + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin v}$$

b) $\sin(2v) = \sin(v+v) = \sin v \cdot \cos v + \cos v \cdot \sin v$
$= \underline{2 \sin v \cdot \cos v}$

c) $\cos(2v) = \cos(v+v) = \cos v \cdot \cos v - \sin v \cdot \sin v =$

$\underline{\cos^2 v - \sin^2 v}$

$\boxed{?}$ Berre med $\cos v$?

— " — $\sin v$?

- Bruke $\cos^2 v + \sin^2 v = 1$

4 Vektorar

Eksempel

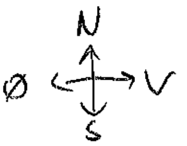
Ein orienteringsløpar spring fyrst 1,3 km rett nordover. Så spring han 2,1 km rett vestover.

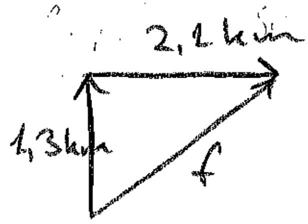
a) Kor langt har han sprunge?

b) Kor langt har han flytta seg? *

a) Har sprunge 1,3 km + 2,1 km = 3,4 km

b)





Pytagoras: $f^2 = (1{,}3\text{ km})^2 + (2{,}1\text{ km})^2 = 6{,}1\text{ km}^2$

$f = \sqrt{6{,}1\text{ km}^2} = 2{,}47\text{ km}$

Han har flytta seg <u>2,48 km</u>

Vektor: Storleik som også har <u>retning</u>.

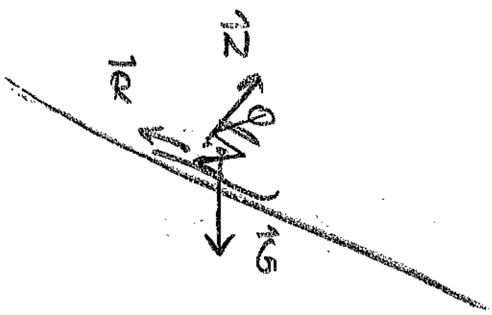
Storleikar som ikkje har retning, kallar vi <u>skalarar</u>

Dugnad

<u>Skalar</u>	<u>Vektor</u>
Tid	Forflytning
Volum	Fart
Areal	Krefter
Pengar*	
Masse	

[?] Rotasjon?

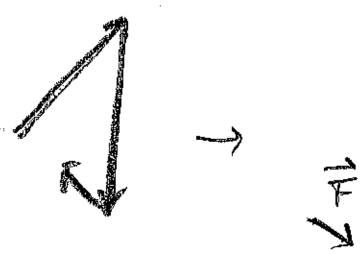
<u>Eksempel</u> frå fysikk:



[?] Kva krefter verkar?

(skriv vektorar med piler over)

Netto kraft:



Utvide eksempel med o-løpar?