Førelesing 13/10

1) Minne om dato for heildagsprøve
Spørre om Fronter-tinga fungerer

2) Fullføre eksempel med „avkappa kjegle" frå sist gong

3) Eksempel med eit likningssett med tre ukjende

Løys likningssettet

$$2x + z = 10 \quad (\mathrm{I})$$
$$x - y + z = 4 \quad (\mathrm{II})$$
$$4x - y + 2z = 17 \quad (\mathrm{III})$$

Liken. II: $z = 4 - x + y$

Liken. I: $2x + 4 - x + y = 10$
$x + y = 10 - 4$
$x + y = 6$

Liken. III: $4x - y + 2(4 - x + y) = 17$
$4x - y + 8 - 2x + 2y = 17$
$2x + y = 17 - 8$
$2x + y = 9$

Altså: To likningar med to ukjende:

$$x+y=6 \quad (\mathrm{IV})$$
$$2x+y=9 \quad (\mathrm{V})$$

Likn. V: $y=9-2x$

Likn. IV: $x+9-2x=6$

$$-x=6-9=-3$$
$$\underline{x=3}$$

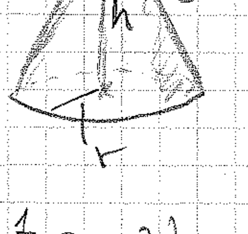
$$y=9-2x=9-2\cdot 3=\underline{3}$$

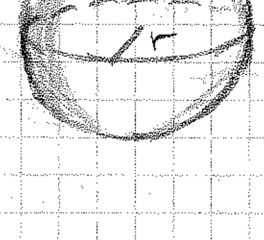
$$z=4-x+y=4-3+3=4$$

Løysing: $\underline{\underline{x=3,\ y=3,\ z=4}}$

(4) Nytt stoff:

Formlar for volum overflate av rette kjegler og kuler (6.6)





[?] Kor mange parametrar er bestemmande for ei kule?

$V=\underbrace{\frac{1}{3}\pi r^2}_{G} h$

$O=\pi r^2+\pi r s$

[?] Kva flate svarar til kva?

[?]

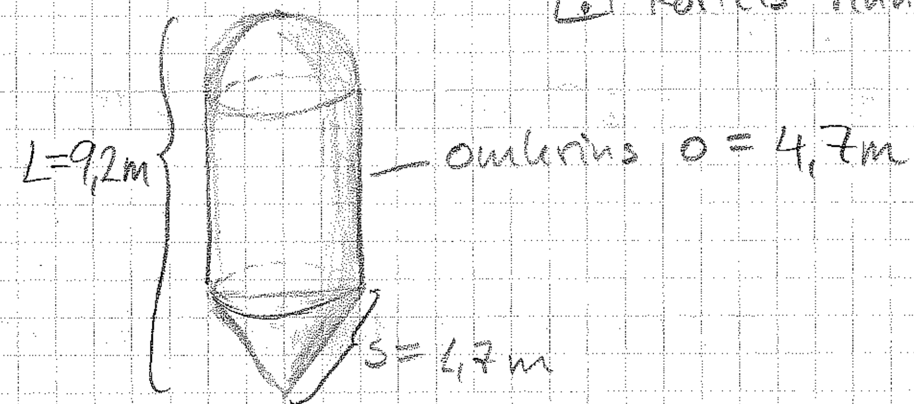
$V=\frac{4}{3}\pi r^3$

$O=4\pi r^2$

Eksempel

Vise bilete av silo

$\boxed{?}$ Korleis finne volumet?



Tenkjer oss at siloen består av ei kjegle, ein sylinder og ei halv kule.

Radien r i sylinder (og kule og grunnflate i kjegle) finn vi ved

$$o = 2\pi r$$

$$r = \frac{o}{2\pi} = \frac{4,7\,m}{2\pi} = 0,748\,m$$

Høgda h av kjegla finn vi ved Pytagoras:

$$r^2 + h^2 = s^2$$

$$h^2 = s^2 - r^2 = (1,7m)^2 - (0,748\,m)^2 = 2,330\,m^2$$

$$h = \sqrt{2,330\,m^2} = 1,527\,m$$

Volum av kjegla:

$$V_k = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi\,(0,748m)^2 \cdot 1,464\,m = \underline{0,8945\,m^3}$$

Høgda l av sylinder:

$$l = L - r - h = 9,2m - 0,748m - 1,527m = 6,925\,m$$

Volum av sylinder:

$$V_s = \pi r^2 \cdot l = \pi \cdot (0{,}748\,m)^2 \cdot 6{,}925\,m = \underline{12{,}174\,m^3}$$

Volum av halv kule:

$$V_h = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\pi \cdot (0{,}748\,m)^3 = \underline{0{,}8765\,m^3}$$

Totalt volum:

$$V = V_k + V_s + V_h = 0{,}8945\,m^3 + 12{,}174\,m^3 + 0{,}8765\,m^3$$

$$V = 13{,}94\,m^3 \approx \underline{\underline{13{,}9\,m^3}}$$

$\boxed{2}$ Korleis finne overflata?

Overflata av kjegle (utan grunnflate):

$$O_k = \pi r s = \pi \cdot 0{,}748\,m \cdot 1{,}7\,m = \underline{3{,}995\,m^2}$$

Overflata av sylinder (utan topp- og botn):

$$O_s = l \cdot o = 6{,}925\,m \cdot 4{,}7\,m = \underline{32{,}54\,m^2}$$

Overflata av halv kule:

$$O_h = \frac{1}{2} \cdot 4\pi r^2 = 2\pi r^2 = 2\pi \cdot (0{,}748\,m)^2 = \underline{3{,}515\,m^2}$$

Total overflate:

$$O = O_k + O_s + O_h = 3{,}995\,m^2 + 32{,}54\,m^2 + 3{,}515\,m^2$$

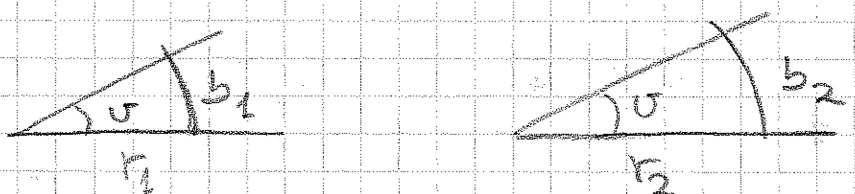
$$O = 40{,}05\,m^2 \approx \underline{\underline{40{,}1\,m^2}}$$

(5) Absolutt vinkelmål, bogelengder og sirkelsektorar (6.8 og 6.9)

Alternativt vinkelmål: <u>Radianar</u>

- I praksis <u>dette</u> som blir brukt (i alle fall i teoretiske samanhengar).

Gitt to sirkel-sektorar:



(sei litt om indeksar)

- Same vinkel $\Rightarrow$ formlike

Difor: $\frac{b_1}{r_1} = \frac{b_2}{r_2}$

Vi kan velge dette forholdet som eit vinkel-mål.

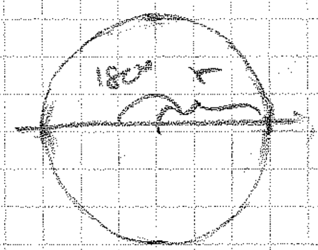
Det absolutte vinkelmålet til vinkelen v er forholdet mellom bogelengda b og radien r

$$v = \frac{b}{r}$$

[!] Eining? - Inga!
- Seier <u>radianar</u>

[?] Kva vert desse vinklane i radianar?: $0°$, $180°$, $90°$, $60°$, $30°$, $45°$

v i grader	v i radianar
$0°$	0 1)
$30°$	$\frac{\pi}{6}$ 5)
$45°$	$\frac{\pi}{4}$ 6)
$60°$	$\frac{\pi}{3}$ 4)
$90°$	$\frac{\pi}{2}$ 3)
$180°$	π 2)



$180°$: $b = \frac{1}{2}\cdot O = \frac{1}{2}\cdot 2\pi r = \pi r$

$v = \frac{b}{r} = \frac{\pi r}{r} = \pi$

$90°$: $b = \frac{1}{4} O = \frac{1}{4}\cdot 2\pi r = \frac{\pi}{2} r$

$v = \frac{\frac{\pi}{2} r}{r} = \frac{\pi}{2}$

[?] $60°$: $b = \frac{1}{6} O = \frac{1}{6}\cdot 2\pi r = \frac{\pi}{3} r$

$v = \frac{\pi}{3}$

[?] $n° = 23{,}7°$ i radianar ?

$$\frac{v}{n°} = \frac{\pi}{180°}$$

$$\boxed{v = \frac{n°}{180°}\cdot \pi}$$

$$v = \frac{23{,}7°}{180°}\cdot \pi = \underline{\underline{0{,}414}}$$

Eksempel

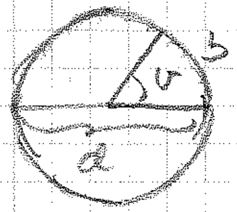
Nokre matematikarar har fått publisert ein artikkel og skal feire med kake. Ein av dei insisterar på at han skal ha eit stykkje på 40°. Diameteren på kaka er 22 cm.

a) Korleis kan han, ved hjelp av eit måleband, finne ut kor stort stykkje han skal ha.

b) Gitt at kaka er 7,0 cm høg, kor mykje kake har han ete?

a) Han kan finne bogelengda b som vinkelen tilsvarar og så måle opp denne på kaka.

Vinkel i radianar: $v = \frac{40°}{180°} \cdot \pi = 0{,}698$

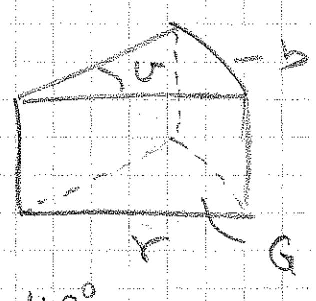


$v = \frac{b}{r}$

Radien $r = \frac{d}{2} = \frac{22\,cm}{2} = 11\,cm$

$b = r \cdot v = 11\,cm \cdot 0{,}698 = \underline{\underline{7{,}68\,cm}}$

b)



Volumet $V = G\,h$

$\boxed{?}$ Kvifor gjeld formelen

$G = \frac{40°}{360°} \cdot \pi r^2 = \frac{40°}{360°} \cdot \pi \cdot (11\,cm)^2 = 42{,}2\,cm^2$

$V = 42{,}2\,cm^2 \cdot 7{,}0\,cm = 295{,}7\,cm^3 \approx \underline{\underline{296\,cm^3}}$

- Kan like gjerne bruke vinkelen målt i radianar.

[2] Kor stor vinkel er heile sirkelen?

$360° = 2\pi$ (rad)

$$T = \frac{v}{2\pi} \cdot \pi r^2 = \frac{v}{2} r^2 = \frac{1}{2} v r^2$$

$$v = \frac{b}{r}$$

$$T = \frac{1}{2} \frac{b}{\cancel{r}} \cdot r^{\cancel{2}} = \frac{1}{2} br$$

For kakestykket: $T = \frac{1}{2} \cdot 7{,}68\,cm \cdot 11\,cm = \underline{42{,}2\,cm^2}$

Altså: Arealet av ein sirkelsektor med (sentral)vinkel v i absolutt vinkelmål er gitt ved

$$T = \frac{1}{2} v r^2$$

Med bogelengda b:

$$T = \frac{1}{2} br.$$

(6) Utfordring til neste gong:

Vis at flata av ei rett kjegle (utan botn) er $A = \pi r s$ (oppg. 6.95).