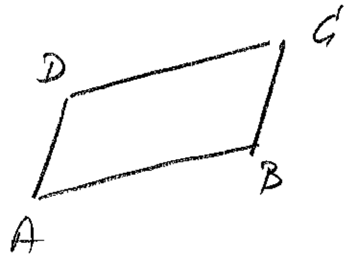
Førelesing 9/11

1 Oppsummering frå i går

Parallellogram



$\vec{AB} = [x_1, y_1]$

$\vec{AD} = [x_2, y_2]$

Arealet er lik absoluttverdien av determinanten til vektorane $\vec{AB}$ og $\vec{AD}$

Determinant: $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1 y_2 - x_2 y_1$

Såg: $\vec{AB} \parallel \vec{AD} \iff \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = 0$

- Forklar symbol

2 Arealet av $\triangle ABD$

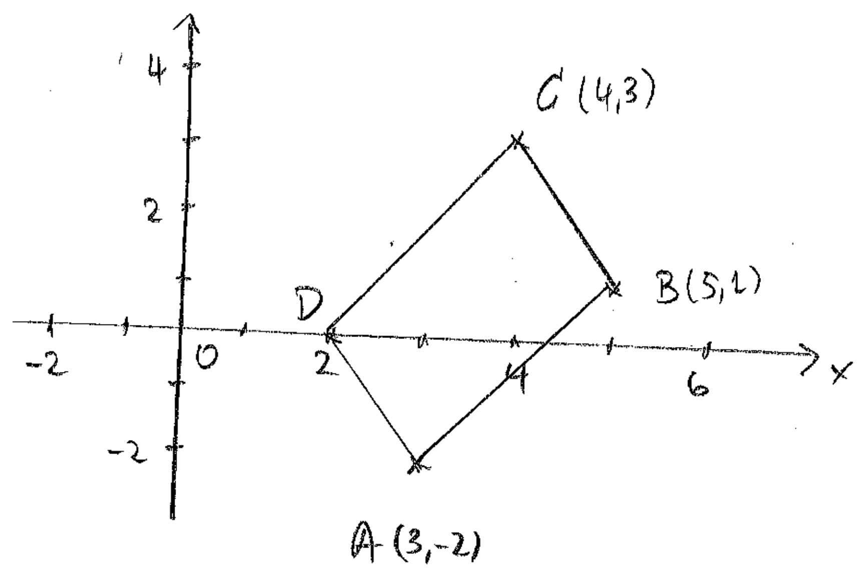
- Halvparten av absoluttverdien til determinanten.

Eksempel

Punkta $A(3, -2)$, $B(5, 1)$ og $C(4, 3)$ gir tre av hjørna i eit parallellogram. AB og BC er sider i parallellogrammet.

a) Kva blir koordinatane for det siste punktet (D)?

b) Kva blir arealet av parallellogrammet?



a) $\boxed{?}$ Kvifor presisere at AB og BC er sider?

Ser: $\vec{AD} = \vec{BC} = [4-5,\ 3-1] = [-1, 2]$

$\vec{OD} = \vec{OA} + \vec{AD} = [3, -2] + [-1, 2] = [2, 0]$

Altså: Punktet D har koordinatane $\underline{(2, 0)}$

b) Arealet vert absolutverdien til determinanten til $\vec{AB}$ og $\vec{AD}$

$\vec{AB} = [5-3, 1-(-2)] = [2, 3]$
$\vec{AD} = [-1, 2]$

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 - 3 \cdot (-1) = 4 + 3 = 7$$

$(|7| = 7)$

Arealet er <u>7</u>

② Rette linjer (13.7 og 13.8)

[?] Kva bestemmer ei linje?

- To punkt
- Skjæring med y-aksen og stigningstal
- Eitt punkt og ein retning

<u>Eksempel</u>

Ei linje l går gjennom punkta $A(-1, 3)$ og $B(2, 1)$.

a) Finn ei likning for linja

b) Finn ei parameterfromstilling for linja.

a) Form: $y = ax + b$

Stigningstal: $a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

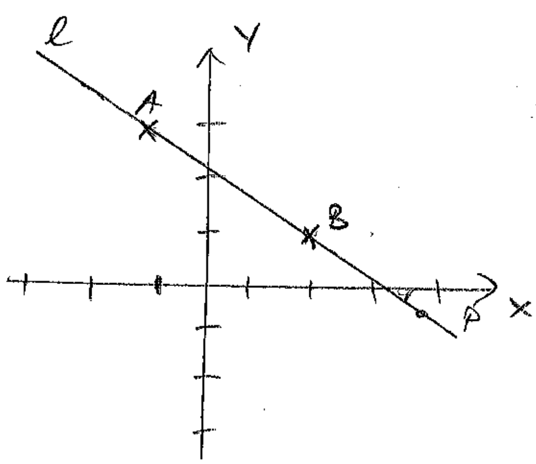
$$a = \frac{1-3}{2-(-1)} = -\frac{2}{3}$$

Eitt-punkts formel: $y - y_1 = a(x - x_1)$

$$y - 3 = -\frac{2}{3}(x-(-1)) = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$$

$$y = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3} + 3 = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$$

$$\underline{\underline{y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}}}$$



b) l skal vere parallell med $\overrightarrow{AB}$ og gå gjennom punket A.

For eit punkt $P(x, y)$ på linja må vi ha at

$$\overrightarrow{AP} = t \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AP} = [x-(-1), y-3] = [x+1, y-3]$$
$$\overrightarrow{AB} = [2-(-1), 1-3] = [3, -2]$$

Altså: $[x+1, y-3] = t \cdot [3, -2] = [3t, -2t]$

$$\begin{cases} x+1 = 3t \\ y-3 = -2t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1+3t \\ y = 3-2t \end{cases}$$

Dette er ei parameterfremstilling for l

Generelt:

Ei linje går gjennom punktet $A(x_0, y_0)$ og er parallell med $\vec{v} = [a, b]$.

Punkt på linja: $P(x, y)$

$\overrightarrow{AP}$ skal vere parallell med $\vec{v}$

Altså:

$\overrightarrow{AP} = t \cdot \vec{v}$

$[x-x_0, y-y_0] = t \cdot [a, b] = [a \cdot t, b \cdot t]$

$$\begin{cases} x - x_0 = at \\ y - y_0 = bt \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}}$$

I rommet:

Ei linje går gjennom punktet $A(x_0, y_0, z_0)$ og er parallell med $\vec{r} = [a, b, c]$

Som før:

$\overrightarrow{AP} = t \cdot \vec{r}$, $P(x, y, z)$

$[x-x_0, y-y_0, z-z_0] = t\,[a, b, c] = [at, bt, ct]$

$$\begin{cases} x - x_0 = at \\ y - y_0 = bt \\ z - z_0 = ct \end{cases}$$

Parameterframstilling:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

Eksempel

Ein puck glir (nesten) friksjonsfritt på isen. Vi brukar eit koordinatsystem for å gi posisjonane på isen. I høve til dette koordinatsystemet startar pucken i posisjonen $A(2{,}3,\ 1{,}7)$ og har fartsvektoren $\vec{v} = [9{,}1,\ 4{,}3]$.

a) Finn ei parameterframstilling for banen til pucken

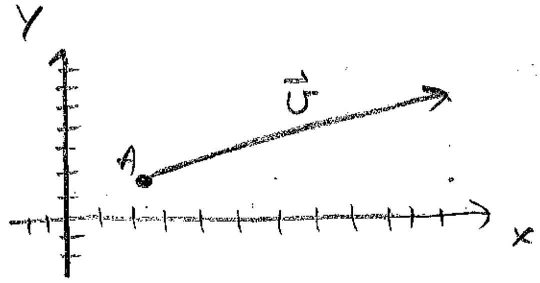
b) Banen til ein annan puck kan skildrast med parameterframstillinga

$$x = 2{,}7 + 2{,}0s$$
$$y = -3{,}2 + 7{,}0s$$

Kvar kryssar banane?

a) Parameterframstilling:

$$x = 2{,}3 + 9{,}1t$$
$$y = 1{,}7 + 4{,}3t$$



[?] Kva kan t representere her?

b) Skal ha at x for puck 1 =
x for puck 2 og at y for puck 1 =
y for puck 2.

Altså:

$2{,}3 + 9{,}1t = 2{,}7 + 2{,}0s$

$1{,}7 + 4{,}3t = -3{,}2 + 7{,}0s$

$9{,}1t - 2{,}0s = 2{,}7 - 2{,}3 = 0{,}4$

$4{,}3t - 7{,}0s = -3{,}2 - 1{,}7 = -4{,}9$

Løysing: $t = 0{,}2286$
$s = 0{,}8404$ (Kalkulator).

$x = 2{,}3 + 9{,}1 \cdot t = 2{,}3 + 9{,}1 \cdot 0{,}2286 = 4{,}78$

$y = 1{,}7 + 4{,}3 \cdot t = 1{,}7 + 4{,}3 \cdot 0{,}2286 = 2{,}68$

Banane kryssar i punktet (4,78, 2,68)