~~F~~Førelesing 24/3

① Ny oblig på Fronter
- Spør gjerne
- Oppg. 5 c): Mykje arbeid

② Forrige oblig

NB: Samanlikene med løysingsforslag!

Framlegg: „⇒" brukt litt vart...

sec x — kor kom det frå? (Wolfram?)

Veil notasjon ved kjerneregel:

„ $c(x) = \sin(x^2+2x)$

$c'(x) = (\sin(x^2+2x))' \cdot (x^2+2x)'$ "

Poeng: Derfor innfører vi $g(u)$ / Leibniz-notasjon

Går gjennom oppg. 3 a), c), d), men først:

③ Mengder

- Spesielle mengder
- Eksempel

(Sjå s. 7 og 8 frå notat 22/3).

④ Oppg. 3 frå oblig 6

a) $f(x) = \ln(1-x^2)$

c) $h(x) = \dfrac{x^2+\ln x}{x^2-1}$

- Sjå løysingsforslaget

⑤ Bestemte integral og anti-derivasjon:

Dersom $F'(x) = f(x)$:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a) = [F(x)]_a^b$$

$\boxed{?}$ Kva er eigentleg $\int_a^b f(x)\,dx$?

↳ def, $\lim_{n\to\infty} S_n$

Eksempel

Finn desse bestemte integrala

a) $\int_1^2 (x+2)\,dx$

b) $\int_0^{10} e^{-2x}\,dx$

c) $\int_0^{2\pi} \cos x\,dx$

d) $\int_{10}^{15} \left(\cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right)+4\right)dt$

---

a) $\int_1^2 (x+2)\,dx = \left[\frac{1}{2}x^2+2x\right]_1^2 =$

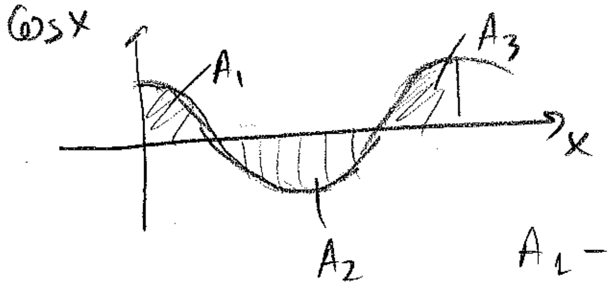
$\frac{1}{2}\cdot 2^2 + 2\cdot 2 - \left(\frac{1}{2}\cdot 1^2 + 2\cdot 1\right) = \underline{\underline{\frac{7}{2}}}$

b) $\int_0^{10} e^{-2x}\,dx = \left[\frac{1}{-2}e^{-2x}\right]_0^{10} = \left[-\frac{1}{2}e^{-2x}\right]_0^{10} =$

$= -\frac{1}{2}e^{-2\cdot 10} - \left(-\frac{1}{2}e^{-2\cdot 0}\right) = \underline{\underline{\frac{1}{2} - \frac{e^{-20}}{2}}} \approx \frac{1}{2}$

$\boxed{?}$ $\int_0^{\infty} e^{-2x}\,dx$

c) $\int_0^{2\pi} \cos x\,dx = \left[\sin x\right]_0^{2\pi} = \sin(2\pi) - \sin 0 = \underline{\underline{0}}$



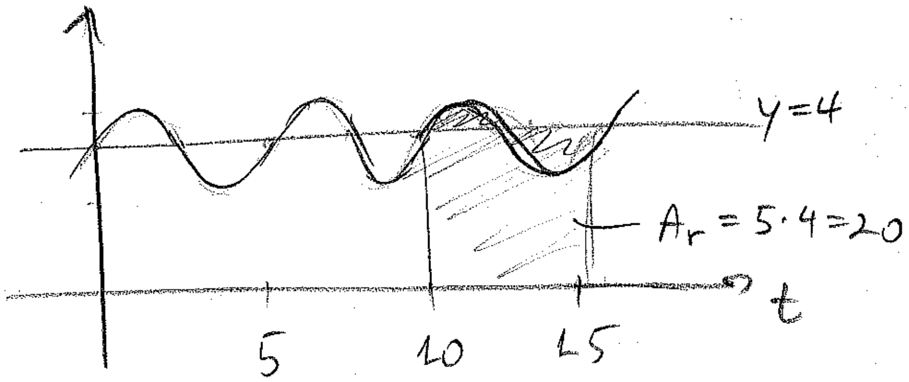
$A_1 - A_2 + A_3 = 0$

d) $\int_{10}^{15} \left(\sin\left(\frac{2\pi}{5}t\right)+4\right)dt = \left[\frac{1}{\frac{2\pi}{5}}\left(-\cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right)+4t\right)\right]_{10}^{15} =$

$\left[-\frac{5}{2\pi}\cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right)+4t\right]_{10}^{15} =$

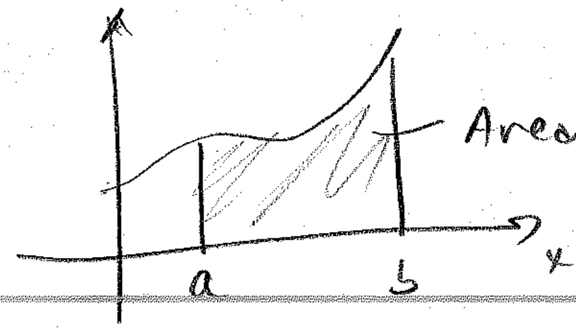
$-\frac{5}{2\pi}\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{5}\cdot 15\right)+4\cdot 15-\left(-\frac{5}{2\pi}\cos\left(\frac{2\pi}{5}\cdot 10\right)+4\cdot 10\right)=$

$-\frac{5}{2\pi}\cdot\cos(6\pi)+60+\frac{5}{2\pi}\cos(4\pi)-40 = 20$



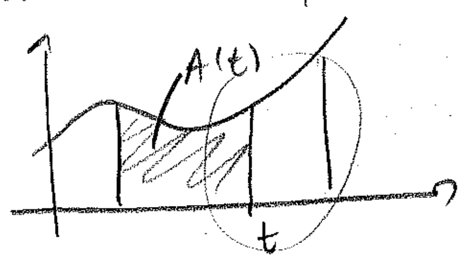
⑥ Bevis

- Antar $f(x)>0$ for $x\in[a,b]$

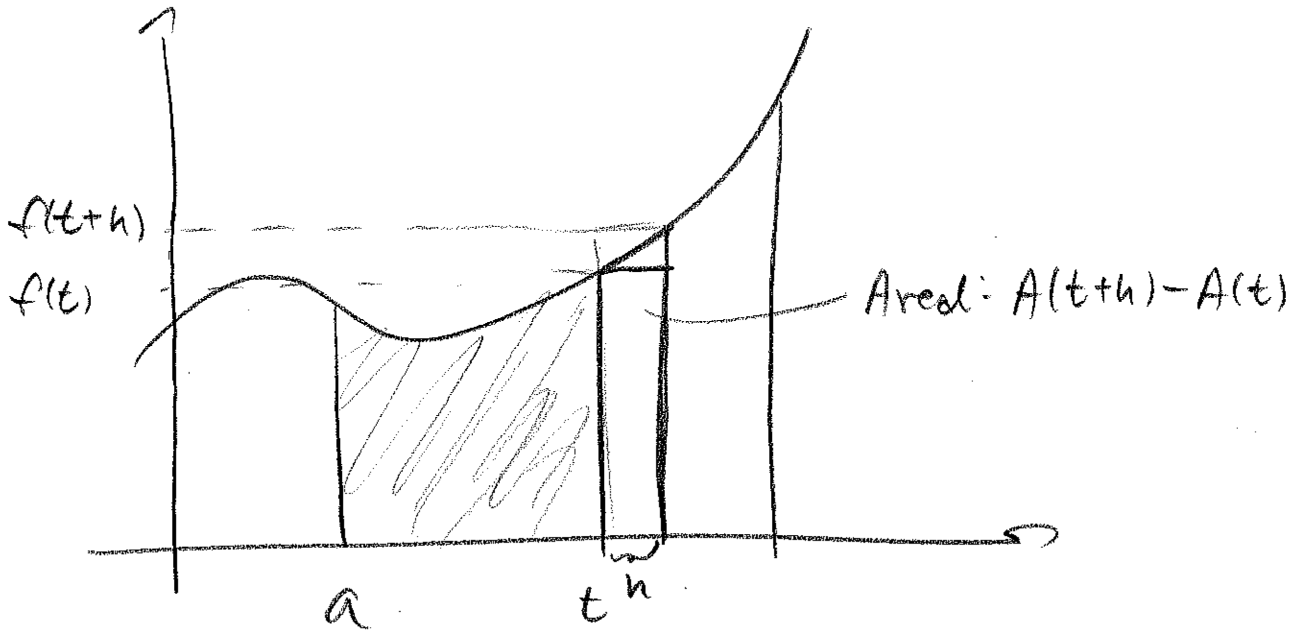


Areal $A=\int_a^b f(x)dx$

Funksjon: $A(t)$; areal frå $x=a$ til $x=t$



Antar: $f(t)$ veks ved $x=t \Leftrightarrow f'(t)>0$



Ser $A(t+h) - A(t) < f(t+h) \cdot h$

$$A(t+h) - A(t) > f(t) \cdot h$$

$$f(t) \cdot h < A(t+h) - A(t) < f(t+h) \cdot h$$

$$f(t) < \frac{A(t+h) - A(t)}{h} < f(t+h)$$

Lar $h \to 0$: $\quad f(t+h) \to f(t)$

$$\Rightarrow \lim_{h \to 0} \frac{A(t+h) - A(t)}{h} = f(t)$$

– Hugsar definisjonen av den deriverte:

$$A'(t) = f(t)$$

Altså: $A(t)$ er ein antiderivert til $f(t)$

Ein annan anti-derivert til $f(t)$: $F(t)$

Veit då: $A(t) = F(t) + C$

$$A(a) \overset{\boxed{?}}{=} 0$$

$$\Rightarrow \quad 0 = A(a) = F(a) + C \iff C = -F(a)$$

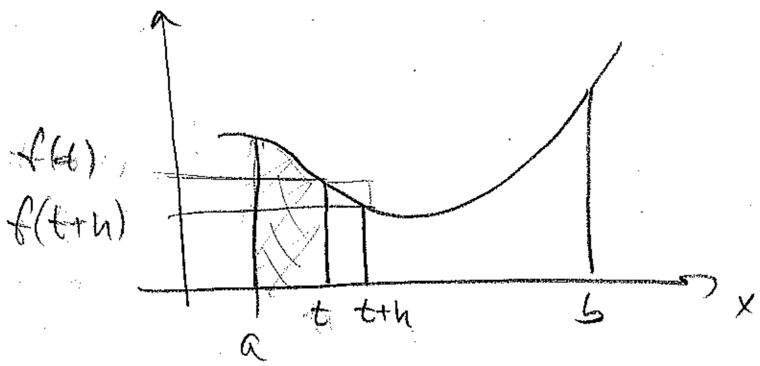
$$A(b) = F(b) + C = F(b) - F(a)$$

Altså: $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$ dersom

$F'(x) = f(x)$ (q.e.d.)

Hvis tid:

Dersom $f'(t) < 0$



$h < 0$

$$f(t+h) \cdot h < A(t+h) - A(t) < f(t) \cdot h$$

$$f(t+h) < \frac{A(t+h) - A(t)}{h} < f(t)$$

Framleis: $f(t+h) \to f(t)$ når $h \to 0$

($\boxed{?}$ Antar at f er kontinuerleg)

Altså: $A'(t) = f(t)$