Førelesing 3/5

① Oblig

NB: Feil i l.f. i 2e (retta opp no).

- Fin innsats på oppg. 3.
- Imponert over kor mange som fekk til oppg. 4.

Kjelde til rot:

1c) $\int x^2 e^{2x}\,dx$

$u = x^2$, $v' = e^{2x}$

$u' = 2x$, $v = \frac{1}{2}e^{2x}$

$\int x^2 e^{2x}\,dx = x^2 \cdot \frac{1}{2}e^{2x} - \underbrace{\int 2x \cdot \frac{1}{2} e^{2x}\,dx}$

$\cancel{\int 2x \cdot \frac{1}{2} e^{2x} dx}$

$\cancel{u = 2x, \quad v' = \frac{1}{2}e^{2x}}$

$\cancel{u' = 2, \quad v = \frac{1}{4}e^{2x}}$

$\hookrightarrow = \frac{1}{2}x^2 e^{2x} - \int x e^{2x}\,dx$

$\int x e^{2x}\,dx$

$u = x$, $v' = e^{2x}$

$\vdots$

Eller

2d) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin(2x) e^{-x}\,dx$

$u = \sin(2x)$, $v' = e^{-x}$

$u' = 2\cos(2x)$, $v = -e^{-x}$

$\int_{-\pi}^{\pi} \sin(2x)\, e^{-x} dx = \left[\sin(2x)\cdot(-e^{-x})\right]_{-\pi}^{\pi} - \int_{-\pi}^{\pi} \underbrace{2\cos(2x)}_{u\,?} \cdot \underbrace{(-e^{-x})}_{v'\,?}\,dx =$

$\left[-\sin(2x)\, e^{-x}\right]_{-\pi}^{\pi} + 2\int_{-\pi}^{\pi} \underset{u}{\cos(2x)}\, \underset{v'}{e^{-x}}\,dx$

– Nei

(2) Kortstokk

- Vi trekk eitt kort.
- 52 utfall, $U = \{♠A, ♠2, \dots\}$

Eksempel på hendingar:

A: Trekk spar dam (♠Q)

B: Trekk hjarter (♡)

C: Trekk kneckt (J) eller betre

D: Trekk svart kort.

[?] Kva er sannsynet for å trekke ♠Q?

$\rightarrow \frac{1}{52}$

Skriv: $P(A) = \frac{1}{52}$

„probability"

[?] $P(B)$, $P(C)$, $P(D)$

$\rightarrow P(B) = \underline{\frac{13}{52}} = \frac{1}{4}$, $P(C) = \frac{4 \cdot 4}{52} = \underline{\frac{4}{13}}$, $P(D) = \frac{2 \cdot 13}{52} = \underline{\frac{1}{2}}$

[?] Kva er sannsynet for å trekke hjarter eller svart?

$$P(\text{hjarter eller svart}) = \frac{13+26}{52} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{13}{52} + \frac{26}{52} = P(\text{hjarter}) + P(\text{svart})$$

[?] Kva er sannsynet for å trekke hjarter eller betre enn 10?

Talet på hjarter-kort: 13

Talet på ikkje-hjarter betre enn 10: $3 \cdot 4 = 12$

$P(\text{hjarter eller betre enn } 10) = \frac{13+12}{52} = \underline{\underline{\frac{25}{52}}}$

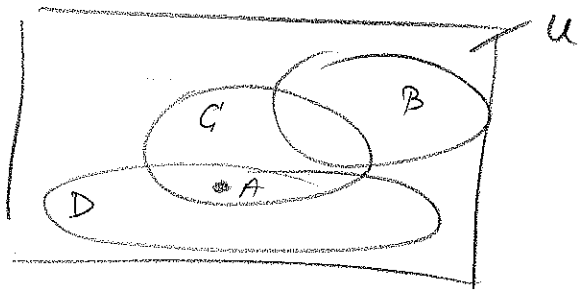
Likt $P(\text{hjarter}) + P(\text{betre enn } 10)$?

$P(\text{hjarter}) + P(\text{betre enn } 10) = P(B) + P(C) =$

$\frac{1}{4} + \frac{4}{13} = \frac{13}{52} + \frac{16}{52} = \frac{29}{52}$

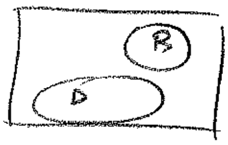
[?] Kvifor kunne vi summere i stad, men ikkje no?

Venn-diagram:



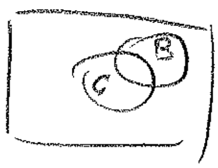
Hjarter eller svart: $B \cup D$

$P(B \cup D) = P(B) + P(D)$



Hjarter eller betre enn 10: $B \cup C$

$P(B \cup C) \neq P(B) + P(C)$



[?] $B \cap D$

$B \cap C$

Poeng: B og C' overlappar.

Når vi brur $P(B \cup C') = P(B) + P(C')$, tel vi ♡J, ♡Q, ♡K og ♡A to gonger.

- Vi må trekke dei frå igjen:

$P(B \cup C') = P(B) + P(C') - \underline{P(B \cap C')}$

Sjekk: $P(B \cup C') = \frac{13}{52} + \frac{16}{52} - \frac{4}{52} = \underline{\frac{25}{52}}$ OK

Altså: P(hjarter eller betre enn 10) =

P(hjarter) + P(betre enn 10) − P(hjarter betre enn 10).

Addisjonssetninga:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

(?) Gjeld denne også for $P(B \cup D)$?

Hugsar: $P(B \cup D) = P(B) + P(D)$

Kan det då stemme at $P(B \cup D) = P(B) + P(D) - \underline{P(B \cap D)}$?

$B \cap D$: Mengda av alle hjarter som er svarte

$B \cap D = \emptyset$ – den tomme mengda

B og D er <u>disjunkte</u>

$P(B \cap D) = 0$ OK.

- Har alt bruka ein regel mange gonger:

Dersom alle utfalla er like sannsynlege (uniform sannsynsmodell):

$$P(A) = \frac{n_A}{N}$$

der n_A er talet på gunstige utfall og N er talet på mogelege utfall.

$P(B) = \frac{n_B}{N}$ med $n_B = 13$ (vi har 13 hjarter) og $N = 52$.

[?] Kva er galt med dette resonnementet:

Vi kastar ein teiknestift. Kva er sannsynet for at den landar med spissen opp:

Mogelege utfall: $N = 2$

Gunstige: 1

$P(\text{spiss opp}) = \frac{1}{2}$

- Vi har gått ut frå at spiss opp og spiss ned er like sannsynlege - det treng ikkje vere sant.

(Fann i går at $P(\text{spiss opp}) \approx 0{,}565$)

(3) Eksempel

Vi kastar to terningar.

a) Kva er sannsynet for at vi får 6 på begge?

b) Kva er sannsynet for at vi får minst ein 6-ar?

c) Kva er sannsynet for at vi ikkje får ein einaste 6-ar?

---

a) - Vi tenkjer oss at vi gjer skilnad på terningane (raud og blå, t.d. - eller at vi kastar dei i ein bestemt rekkefølge).

Kan få desse utfalla:

(1, 1), (1, 2), (1, 3), ..., (1, 6), (2, 1), (2, 2), ... (6, 6).

[?] Er (3, 5) og (5, 3) same utfallet?

- Vi kan velge det, men då kan vi ikkje bruke ein uniform sannsynsmodell.

Vi lar (3,5) og (5,3) vere ulike utfall

- Får $6 \cdot 6 = 36$ mogelege utfall.

Sannsyn for (6,6):

$$P(\text{to seksarar}) = \underline{\underline{\frac{1}{36}}}$$

b) P(minst ein seksar) =

P(seksar på fyrste eller seksar på andre) =

P(seksar på fyrste) + P(seksar på andre) −

P(seksar på begge) $= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{12-1}{36} = \underline{\underline{\frac{11}{36}}}$

c) Talet på utfall med minst ein seksar: 11

——"—— ——"—— utan seksarar: 36−11

$$P(\text{ingen seksar}) = \frac{36-11}{36} = \frac{36}{36} - \frac{11}{36} =$$

$$1 - P(\text{minst ein seksar}) = \underline{\underline{\frac{25}{36}}}$$

Generelt:

Hendinga $\overline{A}$ er „ikkje A".

A: Minst ein seksar

$\overline{A}$: Ingen seksarar

Har $\boxed{P(\overline{A}) = 1 - P(A)}$

[?] Kva er $A \cup \bar{A}$?

$\rightarrow A \cup \bar{A} = \mathcal{U}$

[?] Kvar er $A \cap \bar{A}$?

$\rightarrow A \cap \bar{A} = \emptyset$

[?] Kva er $P(\mathcal{U})$?

$\rightarrow P(\mathcal{U}) = 1$

Altså: $P(A \cup \bar{A}) = P(\mathcal{U}) = 1$

Også $P(A \cup \bar{A}) = P(A) + P(\bar{A}) + P(A \cap \bar{A})$

$A \cap \bar{A} = \emptyset \Rightarrow P(A \cap \bar{A}) = 0$

$1 = P(A \cup \bar{A}) = P(A) + P(\bar{A}) \Leftrightarrow$

$\underline{P(\bar{A}) = 1 - P(A)}$