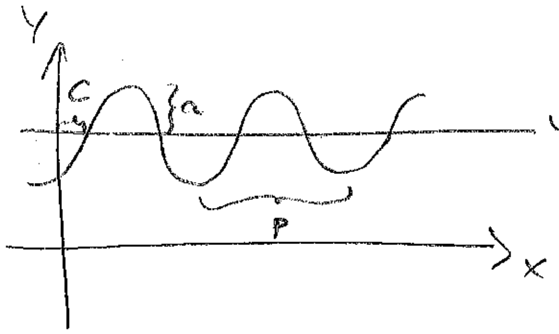
Førelesing 10/2

① Minne om kort førelesing i dag, inga undervisning om ei veke (17/2).

② Repetere og gå vidare med eksempel frå tysdag.

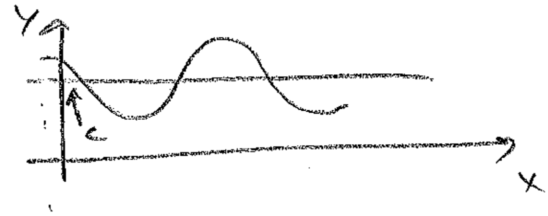
Generell sinus-funksjon: $f(x) = a\sin(k(x-c)) + d$

$a>0$:

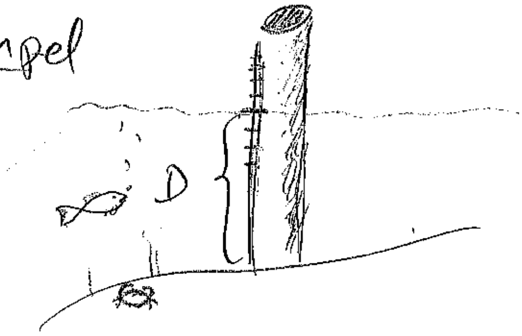


$k = \frac{2\pi}{p}$

$a<0$:



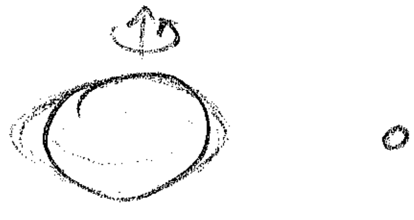
Eksempel



Djupna, D meter, følgjer ein sinus funksjon. Som funksjon av antal timar etter midnatt t.

Normaldjupna er 5,4 m og skilnaden mellom flo og fjøre er 2,1 m. Fyrste flo dette døgnet var kl. 13:15. Finn D som funksjon av t.

$\boxed{?}$ perioden p: $p = 12$ (ikkje 6!)



$p = 12 \Rightarrow k = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6} \approx 0{,}524$

Topp: $d + a$

Botn: $d - a$

Skilnad: $d + a - (d - a) = 2a = 2{,}1$

$$a = \frac{2{,}1}{2} = 1{,}05$$

$d = 5{,}4$

Forskyvning: $3\,h + 15\,min = 3\,h + \frac{15}{60}\,h = 3{,}25\,h$

$$c = 3{,}25$$

$D(t) = 1{,}05 \sin(0{,}524(t - 3{,}25)) + 5{,}4$

→ GeoGebra

- Kan bruke dette til å forutseie ting („gjere prediksjonar")

Kva er djupna klokka 13:00?

Når er det fjøre dette døgnet?

Når er djupna lågare enn 5 m dette døgnet?

$D(13) = 1{,}05 \sin(0{,}524(13-3{,}25)) + 5{,}4 = \underline{4{,}42}$

Fjøre: $\sin(0{,}524\cdot(t-3{,}25)) = -1 \quad , \quad t \in [0, 24\rangle$

$$0{,}524\cdot(t-3{,}25) = \frac{3\pi}{2} + n\cdot 2\pi$$

$$t-3{,}25 = \frac{3\pi}{2\cdot 0{,}524} + \frac{n\cdot 2\pi}{0{,}524} = 8{,}99 + n\cdot 12{,}0$$

$$t = 12{,}24 + n\cdot 12{,}0$$

$n=0$: $t = 12{,}24$, tilsvarar 12 h og $0{,}24\cdot 60 \approx 14$ min

$n=-1$ $t = 12{,}24 - 12{,}0 = 0{,}24$, tilsvarar 0h og 14 min

$n=1$: $t > 24$

Vi har fjøre klokka 0:14 og klokka 12:14

Lågare enn 5 m:

$D(t) < 5$

→ Løyser grafisk v. h. a. GeoGebra

Ser av grafen at $D(t) < 5$ når

$0 < t < 2{,}5$ og når $10 < t < 14{,}5$ og

når $22 < t < 24$

– Altså frå midnatt til 2:30, mellom kl. 10:00 og 14:30 og frå 22:00 til midnatt

- Kan også løyse ulikskapen ved rekning:

$D(t) < 5{,}0$

$1{,}05 \sin(0{,}524(t-3{,}25)) + 5{,}4 < 5{,}0$

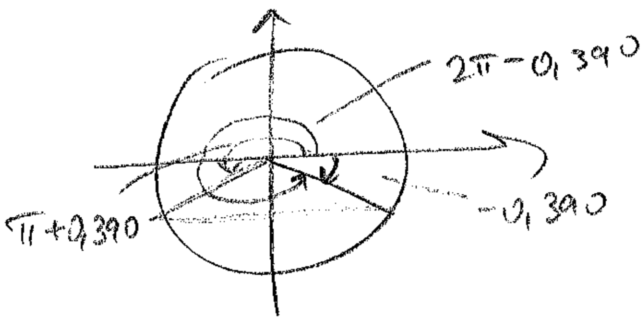
$1{,}05 \sin(0{,}524(t-3{,}25)) < 5{,}0 - 5{,}4 = -0{,}40$

$\sin(\underbrace{0{,}524(t-3{,}25)}_{u(t)}) < -\frac{0{,}40}{1{,}05} = -0{,}38$

$\sin u < -0{,}38$ $\qquad \boxed{?}$ $\sin u = u$

$\sin^{-1} -0{,}38 = -0{,}390 \approx -22{,}3°$

Hvis tid: Forklar m/ GeoGebra



1\. omløp: $\pi + 0{,}390 < u < 2\pi - 0{,}390$

$3{,}53 < u < 5{,}89$

2\. omløp: $3{,}53 + 2\pi < u < 5{,}89 + 2\pi$

$9{,}81 < u < 12{,}17$

−1. omløp: $3{,}53 - 2\pi < u < 5{,}89 - 2\pi$

$-2{,}75 < u < -0{,}393$

1\. omløp: $3{,}53 < 0{,}524(t-3{,}25) < 5{,}89$

$6{,}74 < t - 3{,}25 < 11{,}24$

$9{,}99 < t < 14{,}49$

Avrunda: $\underline{10{,}0 < t < 14{,}5}$

2 omløp: $9{,}81 < 0{,}524(t-3{,}25) < 12{,}17$

$$18{,}72 < t-3{,}25 < 23{,}2$$
$$22{,}0 < t < 26{,}5$$

Krav: $t < 24{,}0$

$$\underline{22{,}0 < t < 24{,}0}$$

-1. omløp: $-2{,}75 < 0{,}524(t-3{,}25) < -0{,}393$

$$-5{,}25 < t-3{,}25 < -0{,}75$$
$$-2{,}0 < t < 2{,}5$$

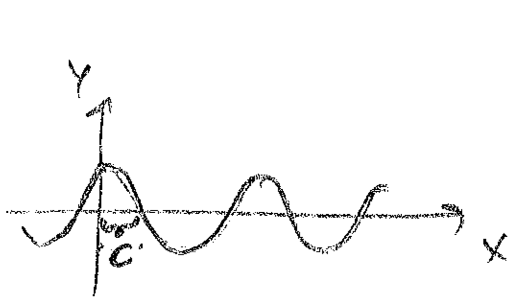
Krav: $t \geq 0$

$$\underline{0 \leq t < 2{,}5}$$

③ Cosinus-funksjonen (igjen)

Har sett: $\cos x$ er også ein sinus-funksjon.

[?] Dersom $\cos x = a \sin(k(x-c)) + d$, kva er a, k, c og d?



Som for $\sin x$:
$a = 1$, $d = 0$

Periode: $p = 2\pi \Rightarrow k = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$

c: avstand frå y-aksen til det fyrste

skjeringspunktet med likevektslinja.

Altså: $c = \frac{\pi}{2}$

$\cos x = 1 \sin(1 \cdot (x - \frac{\pi}{2})) + 0$

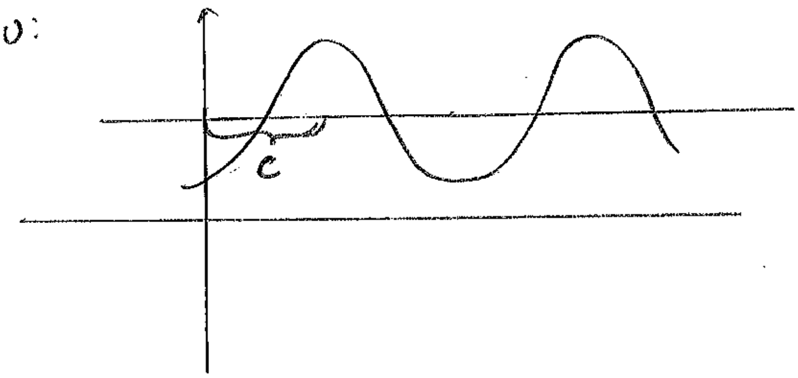
$\cos x = \sin(x - \frac{\pi}{2})$ (sett før).

Korleis ser denne funksjonen ut:

$f(x) = a \cos(k(x-c)) + d$?

- Ganske lik sinus-funksjonen;

$a > 0$:



$a > 0$: c er avstanden frå y-aksen til den fyrste toppen

$a < 0$: c er avstanden frå y-aksen til den fyrste botnen.

④ Eksempel

Funksjonen $f(x) = -3\cos(\frac{\pi}{7}x) - 2$ er gitt.

a) Bestem amplituden, perioden og likevektslinja til f.

b) Kva er den største verdien f kan ha?

. Når har f denne verdien?

c) Finn nullpunkta til f.

d) Løys ulikskapen $f(x) > 0$ når $x \in [0, 14]$

a) Amplitude: $|-3| = \underline{\underline{3}}$

Likevektslinje: $\underline{\underline{y = -2}}$

Bølgetal: $k = \frac{\pi}{7}$

Periode: $p = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \cdot 7}{\frac{\pi}{7} \cdot 7} = \underline{\underline{14}}$

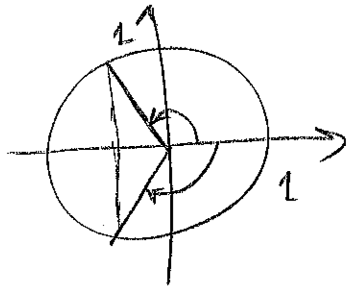
b) $\cos(\frac{\pi}{7}x)$ kan minimalt vere -1. Difor kan f maksimalt vere $(-3)\cdot(-1)-2 = \underline{\underline{1}}$

$$\cos\left(\frac{\pi}{7}x\right) = -1$$

$$\frac{\pi}{7}x = \pi + n \cdot 2\pi = (2n+1)\pi, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\underline{\underline{x = 7(2n+1)}}$$

c)



$$f(x) = 0$$

$$-3\cos\left(\frac{\pi}{7}x\right) - 2 = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{7}x\right) = -\frac{2}{3}$$

$$\cos^{-1} -\frac{2}{3} = 2{,}30$$

$$\frac{\pi}{7}x = 2{,}30 + n\cdot 2\pi \quad \text{eller} \quad \frac{\pi}{7}x = -2{,}30 + n \cdot 2\pi, \; n \in \mathbb{Z}$$

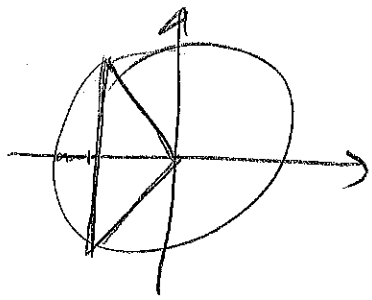
$$x = \frac{7}{\pi}(2{,}30 + n\cdot 2\pi) \quad \text{eller} \quad x = \frac{7}{\pi}(-2{,}30 + n \cdot 2\pi)$$

$$\underline{\underline{x = 5{,}12 + 14n \quad \text{eller} \quad x = -5{,}12 + 14n}}$$

d) $f(x) > 0$

$-3\cos\left(\frac{\pi}{7}x\right) - 2 > 0$

$-3\cos\left(\frac{\pi}{7}x\right) > 2$



$\cos\left(\frac{\pi}{7}x\right) < -\frac{2}{3}$

$\cos^{-1} -\frac{2}{3} = 2{,}30$

1. omløp: $2{,}30 < \frac{\pi}{7}x < 2\pi - 2{,}30 = 3{,}98$

$2{,}30 \cdot \frac{7}{\pi} < x < 3{,}98 \cdot \frac{7}{\pi}$

$\underline{\underline{5{,}12 < x < 8{,}87}}$