

Eksamen i	FO929A Matematikk
	Prøve-eksamen
Dato	25. mai 2009
Tidspunkt	09.00 - 14.00
Antall oppgaver	5
Vedlegg	Formelsamling
Tillatte hjelpemidler	Godkjent kalkulator

Oppgave 1

Deriver følgende funksjoner:

a) $f(x) = 1/x^2 + 3 - 4x^3$

b) $f(x) = \frac{1}{(1+x^3)^5}$

c) $f(x) = \sin(2x) - 2 \sin x \cos x + 3$

d) $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$

e) $f(x) = \sin(e^x) + \ln(e^{2x})$

Finn en funksjon $f(x)$ slik at følgende betingelser er oppfylt:

f) $f'(x) = -1/3(f(x) + 1)$ og $f(0) = 1$

Oppgave 2

Vi ser på funksjonen $f(x) = 1/x + x$.

- Finn eventuelle lokale topp- og bunnpunkter for f .
- Finn eventuelle vendepunkter for f .
- Finn eventuelle asymptoter for f .
- Lag en skisse av grafen til f . Tegn inn lokale topp- og bunnpunkter, vendepunkter og asymptoter.

Oppgave 3

Et tetraeder er en trekantet pyramide der alle sideflatene er likesidede trekkanter.

Vi ser på tetraederet $ABCT$ der alle sidekantene har lengde s .

- Finn overflaten til tetraederet.
- Vi ser på punktet P i grunnflaten ABC som er slik at $h = PT$ er høyden i tetraederet. Vis at $AP = s/\sqrt{3}$.

- c) Finn volumet av tetraederet.
- d) Bestem vinkelen $\angle PAT$ som sidekanten AP danner med grunnflaten. Angi vinkelen i grader med to desimalers nøyaktighet.

Oppgave 4

Et punkt A i xy -planet har koordinater $(x, y) = (2 \cos \omega - 1, 2 \sin \omega + 1)$, hvor vinkelen ω er målt i radianer.

- a) Vis at avstanden d mellom A og punktet $P = (3, 3)$ er gitt ved formelen

$$d = 2\sqrt{6 - 2 \sin \omega - 4 \cos \omega}$$

- b) Vi antar at $0 \leq \omega < 2\pi$. Bestem den verdien av ω som gir størst avstand mellom punktene A og P , og finn den største avstanden. Du kan oppgi avstanden som en tilnæringsverdi.

Oppgave 5

Regn ut følgende integral. Oppgi eksakte verdier i de bestemte integralene.

a) $\int_0^{\pi/2} \sin(2x) \, dx$

b) $\int_2^3 \ln(x^2 - 1) \, dx$

c) $\int \frac{x}{x^2 - x - 2} \, dx$

d) $\int \frac{1}{1 + \sqrt{x}} \, dx$

Finn følgende volum ved regning:

- e) Volumet av rotasjonslegemet vi får når vi roterer området begrenset av grafen til funksjonen $f(x) = \sqrt{x} e^x$, x -aksen og linjene $x = 0$ og $x = 3$ om x -aksen.

Finn følgende areal ved regning:

- f) Arealet til området begrenset av grafene til funksjonene $f(x) = \cos x$ og $g(x) = \sin x$, og linjene $x = 0$ og $x = 2\pi$.