

Eksamen i	FO929A Matematikk
	Kontinuasjoneksamen
Dato	August 2007
Tidspunkt	09.00 - 14.00
Antall oppgaver	4
Vedlegg	Enhetssirkelen
Tillatte hjelpemidler	Godkjent kalkulator
	Godkjent formelsamling

## Oppgave 1

Deriver følgende funksjoner:

- $f(x) = \frac{x+7}{x-4}$
- $f(x) = \ln(x^3 - 5x + 4)$
- $f(x) = x^2 - 5.545453545354535453545354535453$
- $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$
- $f(x) = (x + 1)^2 \cdot \sqrt{x^2 + 3}$

Funksjonen  $A(x)$  beskriver pris per aksje for et bestemt børsnotert selskap på Oslo Børs ved tiden  $x$ .

- Man har funnet at  $A'(x) < 0$  og  $A''(x) > 0$ . Forklar kort hva man kan si om prisutviklingen ut i fra disse opplysningene. Tegn en grov skisse av grafen til funksjonen  $A$ .

## Oppgave 2

Regn ut integralene. Gjør greie for hvilke integrasjonsregler du bruker.

- $\int (12x^5 + 8x^3 + 4) dx$ .
- $\int (\cos x + 4 \sin x) dx$ .
- $\int x^8 \cdot \ln x dx$ .
- $\int 6x^2 \cdot \cos(x^3) dx$ .
- Bruk delbrøksoppspaltning til å vise at

$$\int \frac{4}{x^2 + 2x - 3} dx = \ln \left| \frac{x-1}{x+3} \right| + C$$

f) Regn ut integralet

$$\int \frac{x^3 + 3x^2 - x + 1}{x^2 + 2x - 3} dx$$

g) Finn den generelle løsningen av differensiallikningen

$$(x^2 + 2x - 3) \cdot y' = 4y$$

### Oppgave 3

Vi ser på funksjonen  $f(x) = \tan^2 x - 3$ ,  $-\pi/2 < x < \pi/2$ .

a) Finn nullpunktene til  $f$  ved regning. Svarene skal gis eksakt.

b) Vis at

$$f'(x) = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$$

c) Sett opp et fortegnsskjema for  $f'(x)$ , og bruk dette til å løse ulikheten  $f'(x) \geq 0$ . Svarene skal gis eksakt.

d) Finn koordinatene til alle lokale topp- og bunnpunkter for  $f$  ved regning. Svarene skal gis eksakt. Tegn grafen til  $f$ .

La  $R$  være området avgrenset av  $x$ -aksen, grafen til  $f$ , og de vertikale linjene  $x = -\pi/4$  og  $x = \pi/4$ .

e) Vis at  $\int \tan^2 x dx = \tan x - x + C$ .

f) Finn arealet til området  $R$  ved regning. Svaret skal gis eksakt.

### Oppgave 4

I trekanten  $ABD$  er  $AB = 2\sqrt{6}$ ,  $AD = 2 + 2\sqrt{3}$  og  $\angle A = 45^\circ$ .

a) Finn tilnæringsverdier for  $BD$ ,  $\angle B$  og  $\angle D$  ved hjelp av sinus- og cosinus-setningene. Tegn figur.

I resten av denne oppgaven skal svarene gis eksakt.

b) Vis at  $BD = 4$ .

c) Vis at  $\sin D = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ , og bruk dette til å finne  $\angle B$  og  $\angle D$ .

Punktet  $C$  er speilingen av  $A$  om linjestykket  $BD$ , og  $O$  er skjæringspunktet mellom linjestykkene  $AC$  og  $BD$ .

d) Finn arealet  $A$  av firkanten  $ABCD$ . Tegn figur.

Punktet  $E$  ligger rett over  $O$ , slik at  $OE$  danner høyden i en firkantet pyramide med grunnflate  $ABCD$ . Vinkelen  $\angle BED = 45^\circ$ .

e) Finn høyden  $OE$ . Hva er volumet til pyramiden  $ABCDE$ ?

### Vedlegg: Enhets sirkelen

