

Eksamen i	FO929A Matematikk
	Underveiseksamen
Dato	30. mars 2007
Tidspunkt	09.00 - 14.00
Antall oppgaver	4
Vedlegg	Sirkelskive i radianer
Tillatte hjelpemidler	Godkjent kalkulator Godkjent formelsamling

Oppgave 1

Deriver funksjonene. Gjør greie for hvilke derivasjonsregler du bruker.

a) $f(x) = \cos(x) - 3 \sin(x)$

b) $f(x) = e^{2x}$

c) $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$

d) $f(x) = x^2 \sin(2x)$

e) $f(x) = \ln(x^2 + 3x - 4)$

f) Bruk produktregelen for derivasjon til å vise at vi for produktet av tre vilkårlige funksjoner f , g og h har derivasjonsregelen

$$(f \cdot g \cdot h)' = f' \cdot g \cdot h + f \cdot g' \cdot h + f \cdot g \cdot h'.$$

g) Bruk punktet over til å derivere funksjonen

$$r(x) = x \cdot e^{2x} \cdot \cos(x).$$

Oppgave 2

Ta utgangspunkt i de tre punktene $P = (2, 0, 0)$, $Q = (8, 2, -3)$ og $R = (10, -1, -1)$ i rommet.

a) Bestem de tre vektorene \overrightarrow{PQ} , \overrightarrow{PR} og \overrightarrow{QR} . Finn lengdene til alle tre vektorene.

b) To av vektorene fra punkt a) står normalt på hverandre. Bruk prikkproduktet til å finne disse to.

c) Finn vektorsummen

$$3\overrightarrow{PQ} + 3\overrightarrow{QR} - 3\overrightarrow{PR}.$$

- d) De tre punktene danner en trekant $\triangle PQR$. Finn arealet til denne trekanten.
- e) Sammen med punktet $S = (2, 2, 2)$ spenner de tre punktene P , Q og R ut en pyramide med trekantet grunnflate. Finn volumet til denne pyramiden.

Oppgave 3

I denne oppgaven ser vi på funksjonen f gitt ved

$$f(x) = \frac{\ln(2x+1) - 1}{2x+1}$$

Så langt det er mulig, skal alle deloppgaver løses ved regning og alle svar oppgis eksakt.

- a) Forklar hvorfor den største mulige definisjonsmengden til f er gitt ved $x > -\frac{1}{2}$.
- b) Finn eventuelle nullpunkter for f .
- c) Vis at f' er gitt ved

$$f'(x) = \frac{4 - 2\ln(2x+1)}{(2x+1)^2}$$

Du skal bruke dette uttrykket for f' i resten av oppgaven.

- d) Finn koordinatene til eventuelle lokale topp- og bunnpunkter for f .
- e) Finn likningen for tangenten til f i $x = 0$.
- f) Tegn en skisse av grafen til f .
- g) Du får oppgitt at

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

Bruk dette til å finne grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(2x+1) - 1}{2x+1}$$

Har f noen horisontale asymptoter?

Oppgave 4

Løs følgende likninger ved regning, og oppgi svarene eksakt hvis mulig.

- a) $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 0$, $x \in [0, 2\pi)$
- b) $3^{2x-1} = 7^x$
- c) $e^{2x} + 4e^x = 21$
- d) $\tan^{-1}(3x+4) = \pi/4$
- e) $6 \cos(2x+1) = -3$, $x \in [0, 2\pi)$