

Eksamen i	FO929A Matematikk
	Ordinær Eksamen
Dato	28. mai 2008
Tidspunkt	09.00 - 14.00
Antall oppgaver	4
Vedlegg	Formelsamling
Tillatte hjelpemidler	Godkjent kalkulator

## Oppgave 1

Deriver disse funksjonene:

a)  $f(x) = 5x^2 + 3 \sin x + e^x - e$

b)  $f(x) = \frac{2x+1}{(x+1)^2}$

c)  $f(x) = \cos(x^3 - 3x + 1)$

d)  $f(x) = (x - 3)^2 \cdot e^x$

e)  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 4}$

Kurven  $C$  er gitt ved likningen  $y^2 + y = 4x \cos x$ .

f) Finn likningen for tangenten til kurven  $C$  i punktet  $(x, y) = (0, 0)$ .

## Oppgave 2

Et parallelepiped  $E$  er utspent av vektorene  $\vec{u} = (2, 1, 1)$ ,  $\vec{v} = (-2, 1, 3)$  og  $\vec{w} = (1, -1, 6)$ .

- Finn lengden av vektorene  $\vec{u}$  og  $\vec{v}$  og vinkelen mellom dem. Svarene skal gis eksakt.
- Finn arealet av sideflaten til  $E$  utspent av  $\vec{u}$  og  $\vec{v}$ . Svaret skal gis eksakt. Hva slags flate er denne sideflaten? Begrunn svaret.
- Regn ut volumet av parallelepipedet  $E$ .

Vi ser på trekanten  $T$  utspent av vektorene  $\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v}$  og  $\vec{p} = \vec{u} + r \cdot \vec{v}$ , der  $r \geq 0$  er et gitt tall og vektorene  $\vec{u}, \vec{v}$  er gitt ovenfor.

- I denne deloppgaven antar vi at  $r = 1$ . Regn ut  $\vec{n}$  og  $\vec{p}$ , og finn lengden av de tre sidene i trekanten  $T$ . Svarene skal gis eksakt.
- Vis at  $T$  er en rettvinklet trekant for alle verdier av  $r$ .

### Oppgave 3

Regn ut disse ubestemte integralene:

a)  $\int (3x^2 + 5 \cos x) dx$

b)  $\int (14e^{2x} + \frac{1}{1-x}) dx$

Finn eksakte verdier for disse bestemte integralene ved regning:

c)  $\int_{1/3}^1 \frac{3x+1}{3x^2+2x} dx$

d)  $\int_0^{\pi/4} 2 \sin^2 x dx$

Vi ser på differensiallikningen  $3y' + y^2 \cos x = 0$ .

- e) Finn den generelle løsningen av differensiallikningen. Kontroller svaret ved å vise at løsningen tilfredsstiller likningen.

Regn ut dette ubestemte integralet:

f)  $\int \sin^3 x dx$

### Oppgave 4

Vi ser på funksjonen  $f(x) = \sin^2 x - \cos x - 1$ ,  $0 < x < 2\pi$ .

- a) Finn eventuelle nullpunkter for  $f$  ved regning. Svarene skal gis eksakt.
- b) Vis at  $f'(x) = 2 \sin x \cos x + \sin x$ .
- c) Sett opp et fortegnsskjema for  $f'(x)$ , og bruk dette til å finne koordinatene til alle lokale topp- og bunnpunkter for  $f$ . Svarene skal gis eksakt.
- d) Finn  $f''(x)$ .
- e) Bestem tilnærmede verdier for koordinatene til eventuelle vendepunkter for  $f$  ved regning. Tegn grafen til  $f$ .

La  $R$  være området avgrenset av grafen til  $f$ ,  $x$ -aksen og de vertikale linjene  $x = 0$  og  $x = \pi$ .

- f) Finn arealet av området  $R$  ved regning. Svaret skal gis eksakt. Vis området  $R$  på figur.

Vi ser på funksjonen  $g(x) = \sin^2 x - \sin x$ ,  $0 < x < 2\pi$ .

- g) Finn eventuelle skjæringspunkter mellom grafene til  $f$  og  $g$  ved regning.