TRFE 1000

Veke 9

① Om innleveringa (nr 1)

— Hente i pausen om du enda ikkje har henta.

— Ikkje godkjend: Har éi veke; eg må få hon inn att seinast mandag 6/2

Innlevering nr. 2

— Utsett no éi veke — til 20/3

— Satsar på å få ho lagt ut på Fronter i løpet av veka.

Pensumlista: Kap. 9.2 hadde „ramla ut"; korrigert no.

I morgon: Litt om skript.

② Invertering av matriser (9.3)

— Sjå notat frå veke 7, frå side 6.

③ Eksempel

Gitt likning:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 7 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Kva format må X ha?

b) Kva er matrisa X?

---

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad X$

$2\times 2 \qquad m\times n$

like

nytt format

- Skal bli ei 2×3-matrise.

$m=2$, $n=3$; X er ei 2×3-matrise

b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{1\cdot 4 - 2\cdot 3}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{-2}\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

- Gangar begge sider av likninga med denne – frå venstre:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}}_{\stackrel{?}{=}\ I_2} \bar{X} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -7 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{I_2 \bar{X}}_{\stackrel{?}{=}\ \bar{X}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -7 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\bar{X} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -7 & 0 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -4\cdot 3 - 2\cdot 7 & -4\cdot 4 + 0 & -4\cdot 2 + 2\cdot 2 \\ 3\cdot 3 + 7 & 3\cdot 4 - 0 & 3\cdot 2 - 2 \end{pmatrix} =$$

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -26 & -16 & -4 \\ 16 & 12 & 4 \end{pmatrix} = \underline{\begin{pmatrix} -13 & -8 & -2 \\ 8 & 6 & 2 \end{pmatrix}}$$

Kontroll

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -13 & -8 & -2 \\ 8 & 6 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 + 2\cdot 8 & -8 + 2\cdot 6 & -2 + 2\cdot 2 \\ -3\cdot 13 + 4\cdot 8 & -3\cdot 8 + 4\cdot 6 & -3\cdot 2 + 4\cdot 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -7 & 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad \text{OK}$$

4 Determinanten (9.3)

For $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

der $\det A = ad - bc$.

Hvis $\det A = 0$: A har ingen invers

NB! Dette gjeld for alle kvadratiske matriser;

$$\det A \neq 0 \iff A \text{ invertibel}$$

Eksempel (revisited)

Bestem t slik at likningssystemet blir inkonsistent:

$$\begin{aligned} (2-t)x + (3t-2)y &= 2 \\ x + ty &= 2 \end{aligned}$$

Eller : $A\vec{x} = \vec{b}$ der

3) $A = \begin{pmatrix} 2-t & 3t-2 \\ 1 & t \end{pmatrix}$, $\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Veit: Dersom A^{-1} finst, er

$\vec{x} = A^{-1}\vec{b}$ — eintydig løysing.

Må krevje at A ikkje er invertibel

$\det A = 0$

$$\begin{vmatrix} 2-t & 3t-2 \\ 1 & t \end{vmatrix} = 0$$

$$(2-t)t - (3t-2)\cdot 1 = 2t - t^2 - 3t + 2 =$$

$$-t^2 - t + 2 = 0$$

$$t = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4\cdot(-1)\cdot 2}}{2\cdot(-1)} = \frac{1 \pm 3}{-2}$$

$$t = \frac{1-3}{-2} = 1 \quad \text{eller} \quad t = \frac{1+3}{-2} = -2$$

Totalmatrise med $t=1$:

$$(A|\vec{b}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} -1 \\ \leftarrow \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

– Uendeleg mange løysingar

Med $t=-2$:

$$\begin{pmatrix} 4 & -8 & 2 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \\ -4 \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

- Inkonsistent

(- Eintydig løysing når $t \notin \{-2, 1\}$)

Neste gong: - Determinantar for større matriser.