

Innlevering i matematikk 1000
Oppgåvesett 7
Innleveringsfrist: 27. april klokka 14:00
Talet på oppgåver: 5

Hugs å skrive tydeleg namn, studentnummer og klasse.
Alle deloppgaver har lik vekt. Ein skal grunngi alle svar.

Oppgåve 1

Rekn ut desse ueigentlege integrala – dersom dei eksisterar.

- a) $\int_0^\infty x e^{-x^2} dx$
- b) $\int_0^3 \frac{x^3+1}{x^2+x-2} dx$
- c) $\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$.

Oppgåve 2

- a) Flata R er avgrensa av grafen til funksjonen $f(x) = -\cos(\pi x)$ med definisjonsmengda $D_f = [1/2, 3/2]$ og x -aksen. Finn volumet av gjenstanden vi får når R blir rotert rundt x -aksen.
- b) Finn volumet av gjenstanden vi får når R blir rotert rundt y -aksen.
- c) Ein lampeskjerm har form som ei avkappa kjegle der radiusen i botnen er 20 cm og radiusen i toppen er 15 cm. Høgda er 25 cm. Finn volumet denne lampeskjermen avgrensar ved hjelp av integrasjon.

Oppgåve 3

Rekn ut desse determinantane:

a)

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$$

b)

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & -2 \\ -1 & -2 & 2 \\ -2 & -4 & 0 \end{vmatrix}$$

c)

$$\begin{vmatrix} -1 & 3 & 0 & 4 \\ 7 & -1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 0 & 6 \\ 4 & -1 & -4 & 1 \end{vmatrix} .$$

Oppgave 4

Som ein kan lese i læreboka, er der eit teorem som seier at determinanten til eit produkt av matriser er lik produktet av determinantane til matrisene,

$$\det(AB) = \det A \cdot \det B .$$

a) Vis at dette stemmer for matrisene $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ og $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$.

Bruk mellom anna dette teoremet til å vise følgande påstandar:

- b) Dersom A er invertibel, gjeld formelen $\det A^{-1} = \frac{1}{\det A}$.
- c) Dersom A og B er similære matriser, har dei den same determinanten.
- d) Dersom A og B er similære matriser, har matrisene dei same eigenverdiane.

Oppgave 5

Finn alle eigenverdiar og (lineært uavhengige) eigenvektorar til desse matrisene:

a)

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

b)

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

c)

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} .$$