

Innlevering i matematikk 1000
Oppgavesett 5
Innleveringsfrist: 17. februar klokka 14:00
Talet på oppgaver: 3

Husk å skrive tydeleg navn, studentnummer og klasse.
Alle deloppgaver har lik vekt. Ein skal grunngi alle svar.

Oppgave 1

a) Den invertible matrisa

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

er gitt. Bestem A^{-1} .

b) Bruk svaret i a) til å løyse likningssystemet gitt ved

$$A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} .$$

c) Bestem integralet

$$\int \frac{2x^2 + x}{(x^2 + 1)(x - 1)} dx .$$

Hint: Du kan få bruk for svaret i deloppgave b) om du brukar denne delbrøksopspaltinga:

$$\frac{2x^2 + x}{(x^2 + 1)(x - 1)} = \frac{Ax + B}{x^2 + 1} + \frac{C}{x - 1} .$$

Oppgave 2

Finn desse ubestemte integrala:

- a) $\int 3 \sin(2t - 3) dt$ d) $\int \sin(e^x) e^{2x} dx$
b) $\int \sin^8 x \cos^3 x dx$ e) $\int \frac{x^4 + 1}{x^2 - x - 2} dx$.
c) $\int (x^2 + 1) \ln x dx$

Oppgave 3

- a) Newtons andre lov seier at akselerasjonen til ein gjenstand er proporsjonal med summen av kreftene som verkar på han; $a(t) = 1/m F$, der m er massen til gjenstanden og F er netto-krafta. Tenk deg at ein stein med massen $m = 1.0$ kg i fritt fall kjenner berre tyngdekrafta, som er mg ($g \approx 9.8$ m/s²). Finn farten til steinen som funksjon av tida gitt at steinen var i ro ved tida $t = 0$.
- b) No tar vi med luftmotstanden i likninga. Om vi går ut frå at denne krafta er proporsjonal med farten, og verkar i motsett retning av fallet, kan vi skrive ho som $-kv$, der k er ein positiv konstant og v er farten. Bruk dette, saman med Newons andre lov, til å sette opp ei fornuftig differensiallikning for farten.
- c) Finn den generelle løysinga av denne differensiallikninga.
- d) Finn den løysinga som oppfyller initialkravet gitt i a).
- e) Med $k = 0.10$ kg/s – kor stor fart kan steinen få? (Kva for ein horisontal asymptote har funksjonen?)
- f) Plot farten som funksjon av tida både med og utan luftmotstand i det same koordinatsystemet.
- g) Steinen var 1000 m over bakke ved $t = 0$. Finn høgda som steinen har over bakken som funksjon av tida – både med og utan luftmotstand. Velg sjølv om du vil gi svaret med konstantane m , k og g symbolsk eller numerisk. I kva intervall er funksjonsuttrykka gyldige? (Kva er definisjonsmengdene?)

