

Innlevering i matematikk 1000
Oppgavesett 4
Innleveringsfrist: 27. januar klokka 14:00
Antall oppgaver: 2

Husk å skrive tydelig navn, studentnummer og klasse.
Alle deloppgaver har lik vekt, og alle svar skal begrunnes.

Oppgave 1

Gitt matrisene

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 3.7 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad D = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

- finn $3A$, $A + B$ og $C - 2D$. Er alle disse uttrykkene veldefinerte?
- Finn matriseproduktene AB , BA , BC , CB og CD – for de produktene som er definerte.
- Finn A^{-1} , inversmatrisa til A . Hvorfor er ikke B invertibel?
- Gitt at A er invertibel, hva kan du si om løsningsystem som har A som koeffisientmatrise?
- Bruk svaret i c) til å løse matriselikninga $A\mathbf{x} = \mathbf{v}$ der

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Oppgave 2

Å rotere et objekt i planet en vinkel θ omkring origo kan beskrives ved den lineære transformasjonen $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ gitt ved

$$T\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

- La nå $\theta = \pi/3 = 60^\circ$. Finn $T(\mathbf{u})$ og $T(\mathbf{v})$ der

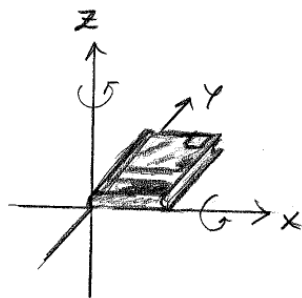
$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- b) Tegn de fire vektorene $\mathbf{u}$, $T(\mathbf{u})$, $\mathbf{v}$ og $T(\mathbf{v})$ inn i et koordinatsystem.
- c) I rommet, $\mathbb{R}^3$, er ikke “rotasjon omkring origo” et særlig presist begrep; det er mange måter å rotere omkring origo på. Derimot kan man gjerne snakke om rotasjon omkring en akse. For eksempel har transformasjonen gitt ved rotasjon med vinkelen θ omkring x -aksen denne standardmatrisa:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}.$$

La transformasjonene U , fra $\mathbb{R}^3$ til $\mathbb{R}^3$, være gitt som rotasjon 90° omkring x -aksen, og la transformasjonen V , også fra $\mathbb{R}^3$ til $\mathbb{R}^3$, være rotasjon 90° omkring z -aksen. Finn standardmatrisen for U og standardmatrisen for V .

- d) Dersom vi utfører begge transformasjonene U og V på en vektor, spiller rekkefølgen vi utfører transformasjonene U og V i noen rolle?



Du kan finne svaret på dette spørsmålet ved å ta fatt i ei bok og se for deg et koordinatsystem foran deg. La x -aksen peke fra venstre mot høyre, y -aksen framover og z -aksen oppover, og legg boka i xy -planet (på bordet) med nedre venstre hjørne i origo (se figuren). Hvis du roterer den 90° omkring x -aksen og så 90° omkring z -aksen, står da boka i samme posisjon som den ville ha gjort om du i stedet først roterte den 90° omkring z -aksen og så 90° omkring x -aksen?

Illustrer gjerne svaret med ei skisse.

- e) Bekreft konklusjonen i deloppgave d) ved å sammenligne standardmatrisene til de sammensatte transformasjonene $V(U(\mathbf{x}))$ og $U(V(\mathbf{x}))$. (Disse standardmatrisene kan finnes ved å multiplisere standardmatrisene fra deloppgave c).)