

Innlevering i matematikk 1000
Oppgavesett 2
Innleveringsfrist: 28. oktober klokka 14:00
Antall oppgaver: 3

Husk å skrive tydelig navn, studentnummer og klasse!

Oppgave 1

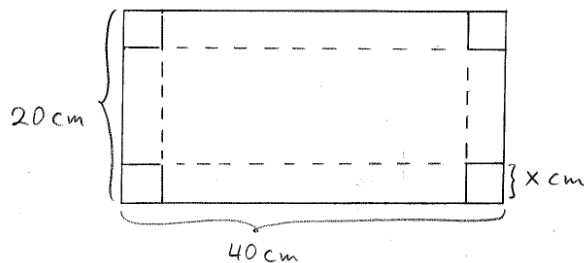
a) Deriver disse funksjonene:

- $a(x) = x \cos x$
- $b(x) = \sin(\ln(\sqrt{x} + 1))$
- $c(x) = \ln \frac{x}{x^2+1}$

b) Bestem disse grensene:

- $\lim_{t \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 t}{t - \pi}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{xe^{ax}} \right)$

c) Tenkt deg at du skal lage ei eske uten lokk ved å klippe bort kvadrater med sider x cm i hvert hjørne av et rektangulært ark, brette sidene og feste sammen hjørnene med tape. Se figuren. Hvis arket er 40 cm langt og 20 cm bredt, hvilken verdi bør du velge for x for at volumet skal bli størst mulig?



Oppgave 2

- a) Innen kjemi og faststoff-fysikk beskriver man ofte den potensielle energien til et par av nøytrale atomer ved hjelp av Lennard-Jones potensialet:

$$V_{LJ}(r) = \varepsilon \left(\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right), \quad r > 0.$$

Her er r avstanden mellom atomene, og ε og σ er positive konstanter. Disse konstantene blir bestemt av hvilket stoff det er snakk om. Vi tenker oss at et bestemt stoff har $\sigma = 2.0 \text{ \AA}$. “Å” står for enheten Ångstrøm, $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$. Potensialet har ett minimum. For hvilken avstand r er potensialet minimalt?

- b) Et diatomært molekyl er et molekyl som består av to atomer. Det er vanlig å bruke Morse-potensialet for å beskrive den potensielle energien mellom atomene i et slikt molekyl:

$$V_M(r) = D \left(1 - e^{-a(r-r_0)} \right)^2, \quad$$

der D , a og r_0 er positive konstanter og $r \geq 0$.

For hydrogenmolekylet, H_2 , er den potensielle energien lavest når avstanden r er $0.74 \text{ \AA}$. Bruk dette til å bestemme r_0 . (Man trenger ikke vite hva D og a er for å løse denne oppgava – så lenge vi vet at de er positive. Man trenger heller ikke derivere for å løse oppgava.)

- c) Et hydrogenatom består av et proton og et elektron. Det er ikke mulig å angi nøyaktig både fart og posisjon for elektronet, men vi kan si noe om hvor det er mest *sannsynlig* at elektronet befinner seg. For et hydrogenatom i grunntilstanden, gir funksjonen

$$f(r) = \frac{2}{a_0^3} r^2 e^{-2r/a_0}, \quad \text{der } a_0 = 0.529 \text{ \AA} \text{ og } r \geq 0,$$

sannsynlighetsfordelingen for avstanden mellom protonet og elektronet. For hvilken verdi av r er denne størst?

Oppgave 3

- a) Sett opp den utvida koeffisientmatrisa eller *totalmatrisa* (“augmented matrix”) for likningssystemet

$$\begin{array}{rclcl} x_1 + & & 5x_3 & = & 12 \\ 5x_1 + & 2x_2 & & = & 10 \\ -2x_1 - & x_2 + & 3x_3 & = & 2 \end{array}.$$

- b) Løs likningssystemet ved å gjøre rekkeoperasjonar på den utvida koeffisientmatrisa.