

Eksamen i

FO010A Matematikk 1000

Obligatorisk prøve

3 AV FEM OPPGAVER GIR MAKS UTELLING.

Vedlegg

Ingen

Tillatte hjelpemidler

Alle trykte og skrevne hjelpemidler
samt godkjent kalkulator

Oppgave 1

Bestem disse grenseverdiene:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\tan x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(4x^2 + 1)}{\ln(\cos x)}$

Oppgave 2

En kurve K er implisitt gitt ved likningen $2xy + y^3 = (x - 1)^9 + 4$.

- a) Vis at punktet $(2, 1)$ ligger på kurven K , og finn likningen for tangenten til kurven i dette punktet.
- b) Bestem alle skjæringspunkter mellom kurven K og linjen $x = 2$.

Oppgave 3

Det skal lages en sylinderformet tank med volum $V = 8 \text{ m}^3$ for lagring av varmt vann. Sylindren skal ha radius r og være rett (det vil si at aksen skal stå vertikalt på bunnflaten). Vi antar at varmetapet per m^2 fra toppflaten er dobbelt så stor som varmetapet per m^2 fra bunn- og sideflaten.

- a) Vis at varmetapet er gitt ved

$$T(r) = k \left(3\pi r^2 + \frac{16}{r} \right)$$

der k er en konstant (lik varmetapet per m^2 fra bunnflaten).

- b) Hvilken størrelse må sylinderens radius ha for at varmetapet skal bli minst mulig?

Oppgave 4

- a) Vis ved integrasjon at

$$\int 2x \arctan(x^2) dx = x^2 \arctan(x^2) - \frac{1}{2} \ln(1 + x^4) + C$$

- b) La F være flaten i første kvadrant avgrenset av y -aksen, linjen $y = \pi/2$ og grafen til funksjonen $f(x) = 2 \arctan(x^2)$. Finn volumet av omdreiningslegemet som dannes når F roteres 360° om y -aksen.

Oppgave 5

- a) Løs initialverdi problemet

$$y'' + 4y = 2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$$

- b) En sylinderformet tank er fylt med vann, og vannet strømmer ut gjennom et lite hull i bunnen av tanken. I følge Torricellis lov strømmer vannet ut av tanken med en hastighet som er proporsjonal med $\sqrt{h}$, der $h = h(t)$ er høyden fra hullet til vannoverflaten. Hvor lang tid tar det å tømme tanken når $3/4$ av vannet har rent ut etter 7 minutter?