

Eksamen i	FO010A Matematikk 1000
	Kontinuasjon - Obligatorisk prøve
Dato	23. februar 2010
Tidspunkt	09.00 - 12.00
Antall oppgaver	6
Vedlegg	Ingen
Tillatte hjelpemidler	Alle trykte og skrevne hjelpemidler samt godkjent kalkulator

Oppgave 1

Bestem disse grenseverdiene:

- a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x^9}{x^9 + \ln x}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\tan x} - 1}{\ln(1 + 3x)}$

Oppgave 2

En kurve K er implisitt gitt ved likningen $y^4 + 7 = x^3y^2$.

- a) Vis at punktet $(2, 1)$ ligger på kurven K , og finn likningen for tangenten til kurven i dette punktet.
- b) Bestem eventuelle skjæringspunkter mellom kurven K og linjen $x = 2$.

Oppgave 3

Sirkelen $x^2 + y^2 = 16$ med sentrum i origo O går gjennom punktene $A = (4, 0)$ og $B = (0, 4)$. La $Q = (x, y)$ være et vilkårlig punkt på sirkelbuen mellom A og B . Vis at arealet av firkanten $OAQB$ er gitt ved $2x + 2y$. Hva er det største arealet firkanten kan ha?

Oppgave 4

- a) Regn ut det ubestemte integralet

$$\int \left(\frac{1}{x\sqrt{x}} + e^{5x} \right) dx$$

- b) La D være flaten i første kvadrant avgrenset av x -aksen og grafen til funksjonen $f(x) = x \cos x$ fram til det første positive nullpunktet. Bestem arealet av D .

- c) Finn den generelle løsningen av differensiallikningen

$$y'' - 7y' + 12y = e^x$$

Oppgave 5

Finn alle komplekse løsninger av likningen $z^3 + 2i = 2$.

Oppgave 6

En innsjø som inneholder 10.000.000 kubikkmeter vann er blitt forurensset av et skadelig stoff, og inneholder 7 ganger den øvre grensen som helsemyndighetene har fastsatt. Det forurensede vannet renner ut av innsjøen med en fart av 1.000 kubikkmeter i døgnet, og blir erstattet med rent vann. Hvor lang tid tar det før man kommer under helsemyndighetenes grense dersom dette er den eneste måten innsjøen blir rensset på?