

Oppgave 1

a) Disse matrisene er gitte:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} .$$

Regn ut $A + B$, AB og BA .

Dersom noen av uttrykkene ikke er definerte, skal du kort forklare hvorfor.

b) I likningssystemet under inngår de to parametrene a og b :

$$\begin{array}{rcl} 2x_1 & + & 5x_2 = b \\ 4x_1 & - & ax_2 = 7 \end{array} .$$

Hva må a og b være for at likningssystemet skal ha uendelig mange løsninger? Når har det entydig løsning?

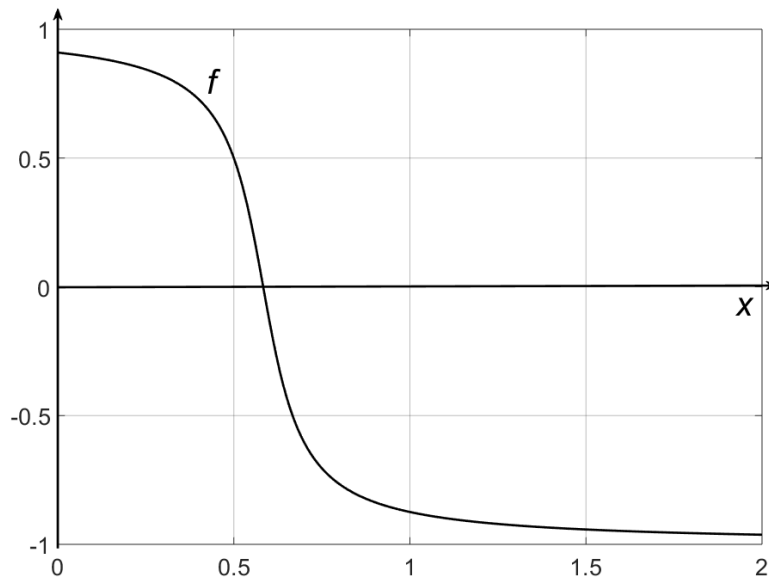
Oppgave 2

Løs likninga

$$iz = 1 + z.$$

Skriv svaret både på kartesisk form og polarform.

Oppgave 3



Funksjonen $f(x)$ har definisjonsmengde $[0, 2]$. Den er kontinuerlig og deriverbar på hele definisjonsmengden. Grafen overfor viser at f har ett nullpunkt.

Hvilke av følgende strategier vil kunne brukes til å estimere nullpunktet?

Husk å begrunne svaret.

S1: Halveringsmetoden med startintervall $[0, 1]$

S2: Newtons metode med startpunkt $x_0 = 0.5$

S3: Halveringsmetoden med startintervall $[0, 0.5]$

S4: Newtons metode med startpunkt $x_0 = 1.5$

Halveringsmetoden kalles noen ganger også midtpunktmetoden.

Oppgave 4

I disse to del-oppgave er det gitt skript som kan kjøres i MATLAB. Hvert av dem forsøker å estimere løsningen av et matematisk problem. Hvilke? Og hva heter metodene/algoritmene?

Gi en kort begrunnelse for hvert av svarene.

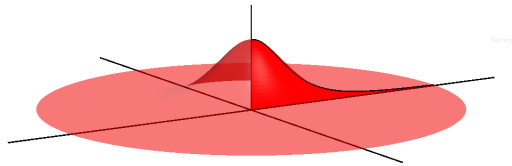
a) Første skript (ukommentert):

```
1  x=1;
2  f=@(x) cos(x^2)-2*x;
3  fd=@(x) -2*x*sin(x^2)-2;
4
5  for n=1:5;
6      x=x-f(x)/fd(x)
7  end
```

b) Andre skript:

```
1  F=@(x,y) x+sqrt(y);          % Funksjon
2
3  % Startkrav og slutt
4  x0=-2;
5  y0=1.2;
6  xF=2;
7
8  N=500;                        % Oppdeling
9  h=(xF-x0)/N;
10
11 % Initerer
12 x=x0; y=y0;
13 xVektor=x0:h:xF;
14 yVektor(1)=y;
15
16 for n=1:N
17     y=y+F(x,y)*h;              % Oppdaterer y
18     x=x+h;                     % Oppdaterer x
19     yVektor(n+1)=y;
20 end
21
22 plot(xVektor, yVektor)         % Plotter resultatet
```

Oppgave 5



Bestem volumet av legemet vi får fram når arealet avgrensa av x -aksen og grafen til

$$g(x) = \frac{1}{(x^2 + 1)^2}$$

og de vertikale linjene $x = 0$ og $x = 3$ dreies om y -aksen.

Oppgave 6

x	0	0.25	0.5	0.75	1
$f(x)$	1	0.9845	0.9394	0.8688	0.7788

Tabellen over viser noen verdier for funksjonen f .

a) Bruk tabellen til å estimere $f'(0.5)$ og $\int_0^1 f(x) dx$.

Vi får vite at $f(x) = e^{-x^2/4}$.

b) • Vis at

$$p_2(x) = 1 - x^2/4$$

er Taylor-polynomet av orden 2 til f omkring 0.

• Estimér $f'(0.5)$ og $\int_0^1 f(x) dx$ ved hjelp av dette Taylor-polynomet.

Oppgave 7

Karbondioksid (CO_2) forekommer naturlig i atmosfæren med en konsentrasjon på 0.04 %. Mennesker produserer ca. 25 liter CO_2 per time slik at konsentrasjonen inne i bygninger ofte er betydelig høyere enn dette. Norske myndigheter har satt 0.10 % som øverste akseptable grense for CO_2 -konsentrasjon i skoler og barnehager.

Differensialligninga

$$x' = 0.005 N + 0.04 - x,$$

er en matematisk modell for CO_2 -konsentrasjonen $x(t)$ (målt i %) inne i et typisk norsk klasserom. Leddet $0.005 N$ representerer produksjon av CO_2 fra N personer inne i klasserommet og leddene 0.04 og $-x$ representerer henholdsvis inntak av frisk uteluft og uttak av forurensa inneluft. Tida t måles i timer.

a) Hvilket nivå nærmer CO_2 -konsentrasjonen seg i det lange løp når $N = 0$?
Og når $N = 20$?

b) • Vis at

$$x(t) = 0.04 + 0.005N(1 - e^{-t}).$$

er løsning til startverdiproblemet som består av differensialligninga og startkravet $x(0) = 0.04$.

- Hvor mange personer N kan maksimalt være til stede for at CO_2 -konsentrasjonen skal være mindre enn 0.10 % etter én time?