

Oppgave 1

- a) Bruk tre iterasjoner med Newtons metode med startverdi $x_0 = 1$ til å estimere ei løsning av likninga

$$\cos(x^2) - x = 0 \quad .$$

- b) Finn alle komplekse løsninger av likninga

$$z^3 = 1 - i \quad .$$

Skriv løsningene på polarform (eksponentiell form).

Oppgave 2

Vis at matrisa

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

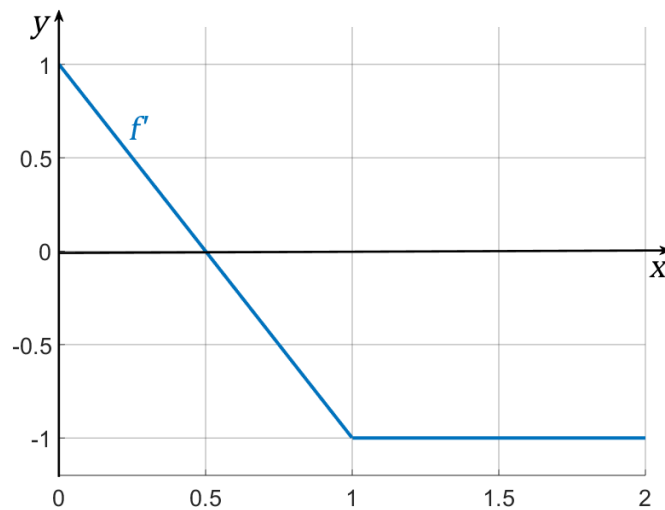
har inversmatrisa

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad .$$

Bruk blant annet dette til å bestemme den matrisa X som oppfyller likninga

$$X \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad .$$

Oppgave 3



Funksjonen f er deriverbar og definert på $[0, 2]$. Figuren over viser grafen til den deriverte f' .

Bruk grafen over til å bestemme x -koordinatene til de lokale maksimums- og de lokale minimumspunktene til f .

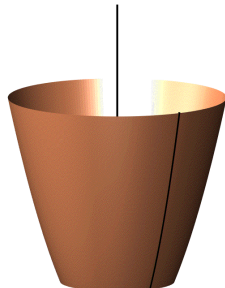
Oppgave 4

Løs disse startverdiproblemene

a) $y' = y^2 e^{-x}$, $y(0) = 1$.

b) $y' = x e^{-x}$, $y(0) = 0$.

Oppgave 5



En liten kopp er 4 cm høy. Profilen til koppen, avstanden fra kanten til rotasjonsaksen i høgda x , er gitt ved funksjonen

$$f(x) = \sqrt{1.5 + x}, \quad D_f = [0, 4] \quad .$$

Både x og f har cm som enhet. Se figuren over; her peker x -aksen oppover.

- a) Dersom vi fyller koppen opp til høgda h cm, vil volmet av væska være

$$V(h) = \pi (1.5h + 0.5h^2)$$

målt i cm^3 .

Vis hvordan vi kommer fram til dette.

Om vi vil fylle koppen akkurat halvfull (i volum), til hvilken høyde må vi fylle den?

- b) Koppen har et lite hull i bunnen slik at væske renner ut. Høgda til væska, $h(t)$, følger nå differensiallikninga

$$h'(t) = -\frac{1}{3(1.5 + h)} \sqrt{h} \quad ,$$

der tida t er gitt i sekund. Vi tenker oss at koppen var full i utgangspunktet; $h(0) = 4$.

Forklart kort, gjerne med bruk av pseudokode, MATLAB-kode eller liknende, hvordan vi kan estimere numerisk hvor lang tid det tar før koppen er tom.

Oppgave 6

- a) Hva heter metoden som det ukommenterte MATLAB-skriptet under implementerer? Hva vil bli skrevet til skjerm når skriptet kjøres i MATLAB?

```
1  f = @(x) exp(-x^2);
2  a=-1;
3  b=1;
4
5  N=4;
6  dx=(b-a)/N;
7
8  T=(f(a)+f(b))*dx/2;
9
10 x=a;
11 for n=1:(N-1)
12     x=x+dx
13     T=T+f(x)*dx;
14 end
15
16 T
```

- b) MATLAB-skriptet under forsøker å estimere et nullpunkt for en funksjon. Når skriptet kjøres i MATLAB, får vi ut svaret $x = 1.7320$. Dette svaret er ikke i nærheten av noe nullpunkt for funksjonen.

Hvilken feil har blitt gjort her?

```
1  % Funksjon og grenser
2  funk = @(x) (x+1)/(x-sqrt(3));
3  a=0;
4  b=2;
5
6  while b-a>2e-5
7      c=(a+b)/2;           % Midtpunkt
8      if funk(c)*funk(a)>0 % Sjekker fortegn
9          a=c;
10     else
11         b=c;
12     end
13 end
14
15 % Regner ut svar og skriver til skjerm
16 x=(a+b)/2
```