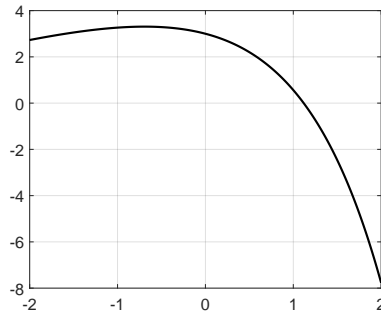


## Oppgave 1

Denne funksjonen er gitt:

$$f(x) = x - 2e^x + 5 \quad .$$

Funksjonen har definisjonsmengden  $D_f = [-2, 2]$ .



Figur 1: Plottet viser grafen til funksjonen  $f(x)$  i oppgave 1.

- Bestem alle ekstremalpunkt til funksjonen – lokale og globale.
- Funksjonen har ett nullpunkt (du skal ikke vise dette). Dersom vi med utgangspunkt i definisjonsmengden skal bruke halveringsmetoden/midtpunktmetoden for å bestemme nullpunktet med en feil som er mindre enn  $10^{-5}$ , hvor mange iterasjoner må vi gjøre?  
*Du skal ikke utføre selve metoden.*
- Bruk Newtons metode til å bestemme nullpunktet til  $f(x)$  med minst tre rette desimaler.

## Oppgave 2

Bestem alle løsninger av tredjegradslikninga

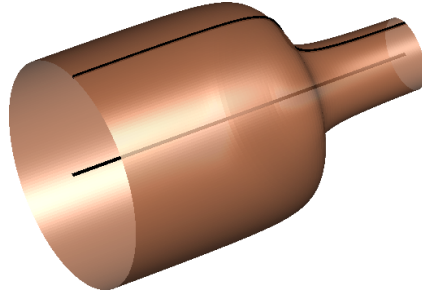
$$z^3 = -i \quad .$$

## Oppgave 3

Flaskefasongen under kommer fram ved at grafen til funksjonen

$$f(x) = 0.7 \arctan(4 - 3x) + 2$$

fra  $x = -5$  til  $x = 5$  blir rotert om  $x$ -aksen.



Forklar hvordan volumet av denne flaska kan bestemmes. Bruk gjerne MATLAB-kode eller liknende når du forklarer dette.

## Oppgave 4

Farten til en fallende stein, målt i meter per sekund, er gitt ved funksjonen

$$v(t) = 50(1 - e^{-0.2t}) \quad .$$

Tida  $t$  er gitt i sekund.

- Bestem akselerasjonen,  $a(t)$ , og hvor langt den har falt,  $s(t)$ , som funksjoner av tida  $t$ . Du kan legge til grunn at  $s(0) = 0$ .
- Funksjonen  $v(t)$  er løsningen av startverdiproblemet/initialverdiproblemet

$$v'(t) = 10 - 0.2v, \quad v(0) = 0 \quad .$$

Vis hvordan vi kan komme fram til løsningen som er gitt over.

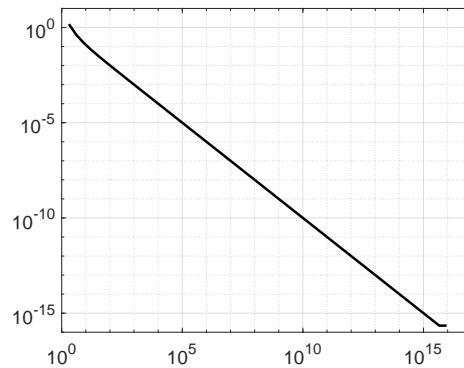
## Oppgave 5

Løs dette likningssystemet:

$$\begin{aligned} x + y &= -1 \\ -2y + z &= 4 \\ x + y + z &= -1 \end{aligned} \quad .$$

## Oppgave 6

- a) Plottet viser resultatet vi får opp når vi kjører skriptet under i MATLAB. Verdien av variabelen L, som er hardkoda i linje 3, er skjult.



Figur 2: Plottet vi får ut når vi kjører skriptet i oppgave 6 a).

```
1 % Funksjon
2 f=@(x) (x^2+1)/(x^2-x);
3 L= ???;
4
5 % Initerer x;
6 x=2;
7 for n=1:60;
8     FunkVektor(n)=f(x);
9     xVektor(n)=x;
10    x=x*2;                % Dobler x
11 end
12 % Plotter
13 loglog(xVektor,abs(FunkVektor-L))
```

Hva er verdien av L i linje 3?

b) Dette startverdiproblemet er gitt:

$$y' + \sqrt{x}y = \cos(\pi x), \quad y(0) = 0 \quad .$$

Løsninga på problemet er ikke en elementær funksjon, så vi kommer til kort med papir og blyant her. Men vi kan for eksempel *estimere* løsninga ved bruke disse formlene for numerisk derivasjon:

$$f'(a) \approx \frac{-f(x-h) + f(x+h)}{2h} \quad (\text{midtpunktsformelen}),$$
$$f'(a) \approx \frac{f(x-2h) - 4f(x-h) + 3f(x)}{2h} \quad .$$

Om vi bruker disse likningene for de fire  $x$ -verdiene  $x_1, x_2, x_3$  og  $x_4$  der

$$x_i = i \cdot h \quad \text{med} \quad h = 0.5 \quad ,$$

kan løsninga estimeres for disse  $x$ -verdiene ved å løse et likningssystem på forma

$$A\vec{y} = \vec{b}$$

der  $A$  er ei  $4 \times 4$ -matrise og

$$\vec{y} = \begin{pmatrix} y(x_1) \\ y(x_2) \\ y(x_3) \\ y(x_4) \end{pmatrix} \quad .$$

Hva blir da matrisa  $A$  og vektoren  $\vec{b}$  ?

*Du skal ikke løse likningssystemet.*