

Oppgave 1

Bestem disse integralene:

a) $\int_0^4 (\sqrt{x} + \cos(\pi x)) \, dx$

b) $\int_0^2 x e^{-x^2} \, dx$.

Oppgave 2

a) Bestem alle komplekse løsninger av likninga

$$z^2 - 4z + 8 = 0 \quad .$$

Skriv svaret både på kartesisk form og på polarform.

b) Finn den generelle løsninga av denne differensiallikninga:

$$y'' - 4y' + 8y = e^x \quad .$$

Oppgave 3

Finn den generelle løsninga av denne differensiallikninga:

$$y' = y^2 \cdot \cos x \quad .$$

Oppgave 4

a) En kan ofte estimere ei løsning av ei likning på forma

$$f(x) = 0$$

ved å implementere *halveringsmetoden*. Under rette forutsetninger kan vi med denne metoden avgrense ei løsning til et intervall som er så smalt vi ønsker.

Gi to krav til funksjonen $f(x)$ som til sammen garanterer at dette skjer.

En liten påminnelse om hva halveringsmetoden går ut på:

1) Start med to x -verdier: a og b .

2) La c være midtpunktet mellom disse, $c = (a + b)/2$, og bestem fortegnet til $f(c)$.

3) Dersom $f(a)$ og $f(c)$ har samme fortegn, lar du c -verdien være din nye a -verdi, hvis ikke lar du c -verdien være din nye b -verdi.

4) Gjenta punkt 2 og 3 over helt til forskjellen mellom a og b liten nok.

b) Dette ukommenterte MATLAB-skriptet er gitt:

```
1 x=1;
2
3 for n=1:3
4     x= x - (x^2-cos(x))/(2x+sin(x))
5 end
```

Hvilket matematisk problem forsøker dette skriptet å estimere løsninga av? Hvilke tall vil bli skrevne til skjerm (kommandovinduet) når vi kjører skriptet i MATLAB?

Du kan avrunde til 5 desimaler når du skriver ned svarene dine.

Oppgave 5

Dette likningssystemet er gitt:

$$\begin{aligned} 2x + ay &= 4 \\ -x + 7y &= -17 \end{aligned}.$$

- a) Sett parameteren a til verdien 1 og løs likningssystemet.
- b) For én annen a -verdi vil likningssystemet ikke ha noen løsning. Hvilken a -verdi er dette?

Oppgave 6

Et fyrtårn står på ei lita øy 150 meter fra land. Langs strandlinja, som er ei lang rett linje, går der en høy mur. Lyset fra fyrtårnet treffer denne muren og lager ein “lysflekk”. Lysstråla frå fyret bruker 7 sekund på gjøre en full rotasjon (2π radianer).

Hva er farten til lysflekken i det avstanden mellom flekken og fyret er 500 meter?

