

Innlevering i DAFE/ELFE 1000
 Oppgavesett 4
Innleveringsfrist: 11. april klokka 14:00
Antall oppgaver: 3

Noen påminnelser:

- Husk at alle svar skal begrunnes. Ta med alle nødvendige utregninger i besvarelsen – både de som er gjort med papir og blyant og de som er gjort i MATLAB e.l. Alle skript og funksjonsfiler som har blitt brukt, skal være med i besvarelsen.
- Vi forutsetter at både “papir og blyant”-oppgaver og numerikk-oppgaver blir gjort. Dersom det ene av disse to er mer eller mindre fraværende i besvarelsen, vil den ikke bli godkjent – uansett hvor bra det andre er gjort.
- Husk å bruke forsidemalen når du leverer.

Oppgave 1

a) Hva er determinanten til matrisa $A = \begin{bmatrix} 1 & 2-s & 1 \\ 0 & s & 2 \\ 2 & 4 & s+4 \end{bmatrix}$?

For hvilke verdier av s er A invertibel?

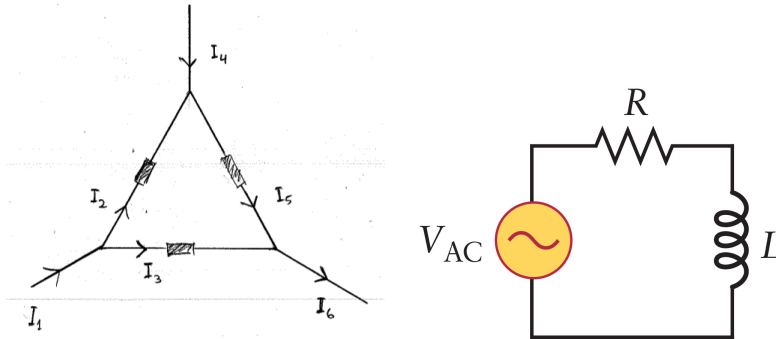
b) Gitt likningssystemet

$$\begin{aligned}x_1 + (2-s)x_2 + x_3 &= s \\sx_2 + 2x_3 &= 1 \\2x_1 + 4x_2 + (s+4)x_3 &= 6\end{aligned}$$

Bruk svaret i a) til å bestemme s at slik likningssystemet har entydig løsning. For hvilke verdier av s har systemet henholdsvis ingen løsning og uendelig mange løsninger?

Oppgave 2

- a) Venstre del av figur 1 viser en del av en strømkrets med visse komponenter (vi bryr oss ikke om disse her). Seks del-strømmer, som ikke varierer med tida, er tegnet inn. I hvert forgreningspunkt er det slik at det kommer like mye strøm inn som det går ut. Dersom vi hadde målt del-strømmene I_1 , I_4



Figur 1: *Venstre*: En del av en strømkrets med seks ulike del-strømmer. *Høgre*: En strømkrets bestående av en spole og en motstand – kopla i serie til stikkontakten.

og I_6 , ville vi kunne bestemme de tre andre strømmene? Hvis ikke: Fåreslå tre del-strømmer vi kan måle slik at også de andre tre kan bestemmes med sikkerhet – og vis dette.

- b) Høgre del av figur 1 viser en slutta strømkrets der en motstand og en spole er kopla i serie til ei vekselsspenningskilde gitt ved $U(t) = 325 \sin(\omega t)$ med $\omega = 100\pi$. For en slik krets gjelder

$$U(t) = LI'(t) + RI(t) \quad ,$$

der t er tida, $I(t)$ er strømmen, L er induktansen og R er motstanden. Vi tenker oss at $L = 1$ og $R = 5$ – i passende enheter. Vis at den generelle løsninga av differensiallikninga over kan skrives som

$$I(t) = \frac{325}{\omega^2 + 25} (5 \sin(\omega t) - \omega \cos(\omega t) + Ce^{-5t}) \quad .$$

- c) Gitt initialkravet $I(0) = 0$, bruk Eulers metode, framover eller midtpunkt, til å finne og plote ei tilnærma løsning av differensiallikninga over. La t være avgrenset til intervallet $[0, 0.5]$. Plott den numeriske løsninga di sammen med den eksakte. Hvor mange steg er det nødvendig å bruke for at Eulers metode skal gi et svar som er praktisk talt likt det eksakte svaret?

Oppgave 3

I denne oppgava er det gitt tre initialverdiproblem. Alle de tre differensiallikningene er av første orden. Én av dem er lineær, én er separabel og én av dem er ingen av delene. Velg den løsningsmetoden som passer best for hver av oppgavene. Eventuelle numeriske løsninger kan du gi i form av et plott. Om du gjør dette, bestem selv et passende x -intervall for plottet.

a)

$$(1 + x^2)y' - e^{-y} = 0, \quad y(0) = 0 \quad .$$

b)

$$y' = \sin y + \sqrt{x}, \quad y(0) = 2 \quad .$$

c)

$$y' + 2y = x, \quad y(0) = -1/4 \quad .$$