

Innlevering i DAFE/ELFE 1000
Oppgavesett 1
Innleveringsfrist: 31. januar klokka 14:00
Antall oppgaver: 3

Noen av disse oppgavene løses ved hjelp av “papir og blyant”, mens andre oppgaver løses ved hjelp av MATLAB¹ – og til noen oppgaver trenger du kanskje begge deler. Alle svar skal begrunnes. I besvarelsen din skal alle relevante plott og m-filer være med. “Lim inn” alle relevante utregninger og kommandoer som er utført i kommandovinduet i MATLAB. Besvarelsen kan være en blanding av håndskrevne sider og data-utskrifter, eller den kan være skrevet i et tekstbehandlingsprogram (OpenOffice, Word, LaTeX etc.) med figurer og m-filer limt inn. Papir og blyant-oppgaver løses nok mest effektivt for hånd. Men om noen vil løse likninger og slikt i et tekstbehandlingsprogram, er det ok. Men se til at det ser skikkelig ut i så fall.

Oppgave 1

Løs disse likningene ved regning, og oppgi svarene eksakt:

a) $\sin^2 x - \cos^2 x = 0, \quad x \in [0, 2\pi)$

b) $\frac{e^x}{1+4e^{-x}} = 2.$

Oppgave 2

- a) Anta at en bli som opprinnelig kostet 350 000 kr mister 10% i verdi hvert år. Sett opp en funksjon som viser verdien av bilen som funksjon av tida. Når blir bilen verd mindre enn 100 000 kr?
- b) Spennings i stikkontakten varierer som en sinus-funksjon mellom +325 V og −325 V. Frekvensen, altså antall svinginger per tid, er 50 s^{−1}. Om vi tenker oss at spenninga er 0 når tida $t = 0$, sett opp et funksjonsuttrykk som bestemmer spenninga som funksjon av tid.
- c) Denne funksjonen er gitt

$$g(x) = \sqrt{1 - 2x^2} \quad .$$

Bestem den naturlige defenisjonsmengden og verdimengden til g . Er g en-entydig (injektiv)?

¹Til visse oppgaver kan det være ok å implementere løsninga i andre språk/verktøy – som for eksempel C, java, Python etc.

- d) Dette er en enkel modell for trykket, målt i atmosfærer, som funksjon av høyda over havet, målt i meter²:

$$T(h) = \begin{cases} 1, & h \geq 0 \\ 1 - h/10, & h < 0 \end{cases}.$$

Er T kontinuerlig?

Oppgave 3

Denne funksjonen er gitt:

$$f(x) = x - 4 \cos^2 x + 1, \quad D_f = [0, 2].$$

- Hvorfor må funksjonen ha minst ett nullpunkt?
- Bestem $f'(x)$ og bruk blant annet dette uttrykket til å finne alle globale ekstremalpunkt for f .
- Plott grafen til funksjonen i MATLAB sammen med punktene du fant i deloppgave b). Ser svaret fra b) ut til å stemme? Bruk grafen til å finne tilnærma verdier for eventuelle nullpunkter for f . Hvor mange nullpunkter ser det ut til å være?
- Løs likninga $f(x) = 0$ ved hjelp av halveringsmetoden. Metoden skal implementeres i f. eks. MATLAB, og en utskrift av skriptet (`m`-fila) skal være med i besvarelsen. Ta også med det som blir skrevet til kommandovinduet.
- Bruk skriptet fra deloppgave d) til å finne en numerisk løsning av likninga i deloppgave 1 b). (Skriptet må justeres litt.) Stemmer svaret med det du fant i 1 b)? Hvor mange iterasjoner må du gjøre for å være sikker på at feilen er mindre enn 10^{-4} ?

²At h er negativ tilsvarer at vi er under vannskorpa.