

Innlevering i DAFE 1000

Frist: 16. februar kl. 16:15

Alle svar skal begrunnes og mellomregninger skal vises. Når MATLAB blir brukt, skal du ta med ei utskrift av det som blir gjort i kommandovinduet og av eventuelle skript og plott du lager. Om du ønsker å løse oppgavene ved å bruke *Live Script*, er dette selvsagt helt ok. Andre språk/verktøy enn MATLAB kan også benyttes; avklar dette med Sølve i forkant hvis dette er aktuelt.

Vi minner om at MATLAB kan brukes til generere pdf-filer med kode og plott.

Oppgave 1

Denne funksjonen er gitt:

$$f(x) = x \sin x - 1 \quad .$$

- Forklar hvorfor f har ett og bare ett nullpunkt på intervallet $[0, \pi/2]$.
- Om du skal bruke halveringsmetoden for å bestemme dette punktet med en feil som er mindre enn 10^{-5} , hvor mange iterasjoner må du utføre?
- Gjør dette.
- Bruk den samme implementeringa til å finne alle løsninger av denne likninga med feil som er mindre enn 10^{-5} :

$$2^x + 2^{-x} = 10 \quad .$$

(Tips: Det kan være lurt å lage et plott først for å se hvor mange løsninger likninga har og for å bestemme passende intervall for halveringsmetoden.)

- Likninga i d) kan løses eksakt. Finn én av løsningene eksakt og kontrollér at svaret ditt fra d) faktisk *er* mindre enn 10^{-5} .

Oppgave 2

Bestem den deriverte av disse elementære funksjonene:

$$a(x) = x^2 + x^{17} - \sqrt{x} - 1/x^2$$

$$b(x) = 2e^x \cdot \ln x^2$$

$$c(x) = \frac{\cos x + 1}{\sin(2x)}$$

Oppgave 3

- a) Velg deg en eller annen elementær funksjon $f(x)$ og en verdi a og bestem den deriverte av funksjonen i dette punktet, $f'(a)$, eksakt. Funksjonen f skal ikke være et første- eller andregradspolynom.
- b) Lag et plott av feilen du gjør når du estimerer $f'(a)$ som

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

for endelige verdier av h . Plottet skal ha logaritmiske akser ('loglog' i stedet for 'plot') og h skal ta verdier helt ned mot maskinpresisjonen. Hvilken verdi av h gir minst feil? Hvor stor er denne feilen?

- c) Gjenta det samme som du gjorde i b) – men nå med *midtpunktsformelen* for numerisk derivasjon. Dette gjør du ved å oppdatere koden fra b) og ta med resultatet i det samme plottet.

Hvilken verdi for h gir minst feil for midtpunktsformelen? Og hvor stor er *denne* feilen?

Oppgave 4

- a) Bestem største og minste verdi for denne funksjonen:

$$f(x) = 1 + \frac{x}{1 + e^{x-3}}, \quad D_f = [0, 5] \quad .$$

- b) Vis at maksimalpunktet er et fikspunkt – altså at det oppfyller $x = f(x)$.