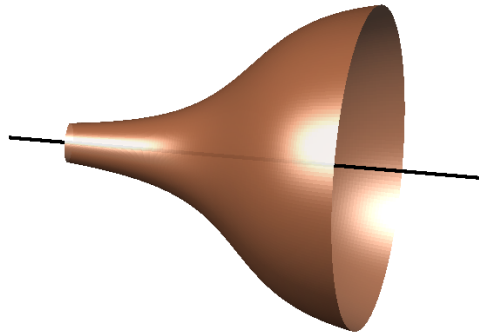
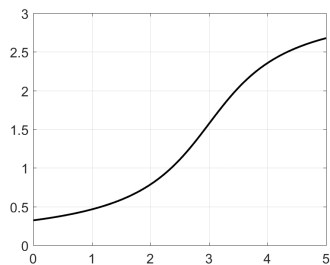


## Oppgave 1



Volumet i figuren til høyre kommer fram ved at grafen til funksjonen

$$f(x) = \pi/2 + \arctan(x - 3), \quad D_f = [0, 5]$$

roteres rundt  $x$ -aksen. Det er denne funksjonen som er plotta til venstre.

Forklar kort hvordan volumet kan beregnes. Bruk gjerne MATLAB-kode eller pseudokode når du forklarer dette.

## Oppgave 2

a) Dette likningssystemet er gitt:

$$A\vec{x} = \vec{b} \quad \text{der} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 2 \\ -1 & -4 & -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \vec{x} \in \mathbb{R}^3 .$$

Løs likningssystemet.

Du kan godt bruke følgende utskrift av kommandoer utført i kommandovinduet i MATLAB:

```
>> A=[1 2 1; 2 5 2; -1 -4 -2];
>> inv(A)
ans =
    2.0000    0.0000    1.0000
   -2.0000    1.0000     0
    3.0000   -2.0000   -1.0000
```

b) Hva må parametrene  $a$  og  $b$  være for at likningssystemet under skal ha uendelig mange løsninger?

$$\begin{aligned} x + ay &= 1 \\ 2x - 2y &= b \end{aligned}$$

### Oppgave 3

Denne funksjonen er gitt:

$$f(x) = \sqrt{x} - \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) - 2, \quad D_f = [1, 2] \quad .$$

- a) Bestem den deriverte til funksjonen,  $f'(x)$ , og det ubestemte integralet  $\int f(x) dx$ .
- b) Hvorfor har funksjonen nøyaktig ett nullpunkt?  
 Dersom vi, med utgangspunkt i definisjonsmengden,  $[1, 2]$ , skal bruke halveringsmetoden/midtpunktmetoden for å bestemme dette nullpunktet med en feil som er mindre enn  $10^{-5}$ , hvor mange iterasjoner må vi utføre?
- c) Bruk Newtons metode for å estimere nullpunktet. Start med  $x_0 = 1$  og utfør 3 iterasjoner. Hvilken nøyaktighet ser svaret ut til å ha?

### Oppgave 4

Denne differensiallikninga er gitt:

$$y' = x + y \quad .$$

- a) Forklar hvordan man kan komme fram til at den generelle løsninga er

$$y(x) = -x - 1 + Ce^x,$$

der  $C$  er en tilfeldig konstant. Om du ikke klarer eller rekker å løse differensiallikninga, vil du likevel få noe uttelling for å vise at løsninga er riktig.

- b) Med startkravet/initialkravet

$$y(1) = -2$$

vil Eulers metode gi eksakt riktig svar i dette tilfellet. Hvorfor?

### Oppgave 5

Bruk midtpunktsformelen for numerisk derivasjon,  $f'(a) \approx (f(a+h) - f(a-h))/(2h)$ , med  $h = 0.25$  for å estimere  $f'(2)$  for funksjonen

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 1} \quad .$$

Hvor nøyaktig svar får du; hvor stor er feilen?

## Oppgave 6

Når skriptet under blir kjørt i MATLAB, får vi opp plottet under. I skriptet er verdien av L i linje 5 skjult. Hva er denne verdien?

```

1  funk=@(x) (cos(x)-1/2)/(x-pi/3);      % Funksjon
2  a=pi/3;                               % Argumentverdi
3
4  h=1;                                   % Initerer h
5  L= XXXXX
6
7  for n=1:40;
8      hVektor(n)=h;
9      LimPluss(n)=funk(a+h);           % Estimat over
10     h=h/2;                            % Halverer h
11 end
12
13 % Plotter
14 loglog(hVektor,abs(LimPluss-L),'kx-')
```

