DAFE 1000, 29/1

1. Beskjeder, info?

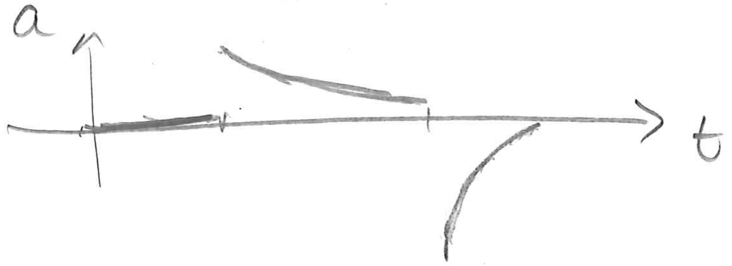
2. Fullføre siste eksempel frå sist. (Sjå notat frå 26/1.)

3. <u>Kontinuitet</u>

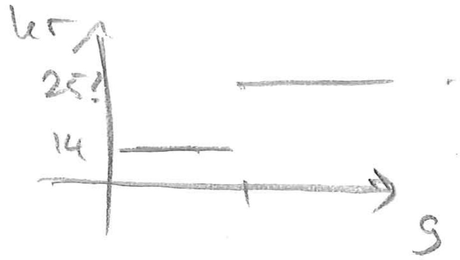
For dei fleste funksjoner $f(x)$ vi har sett på er det slik at ei lita endring i x gir ei lita endring i f. Men slik er det ikkje alltid!

Eksempel $\boxed{?}$

- Akselerasjon ved fallskjermhopp ($a(t)$)



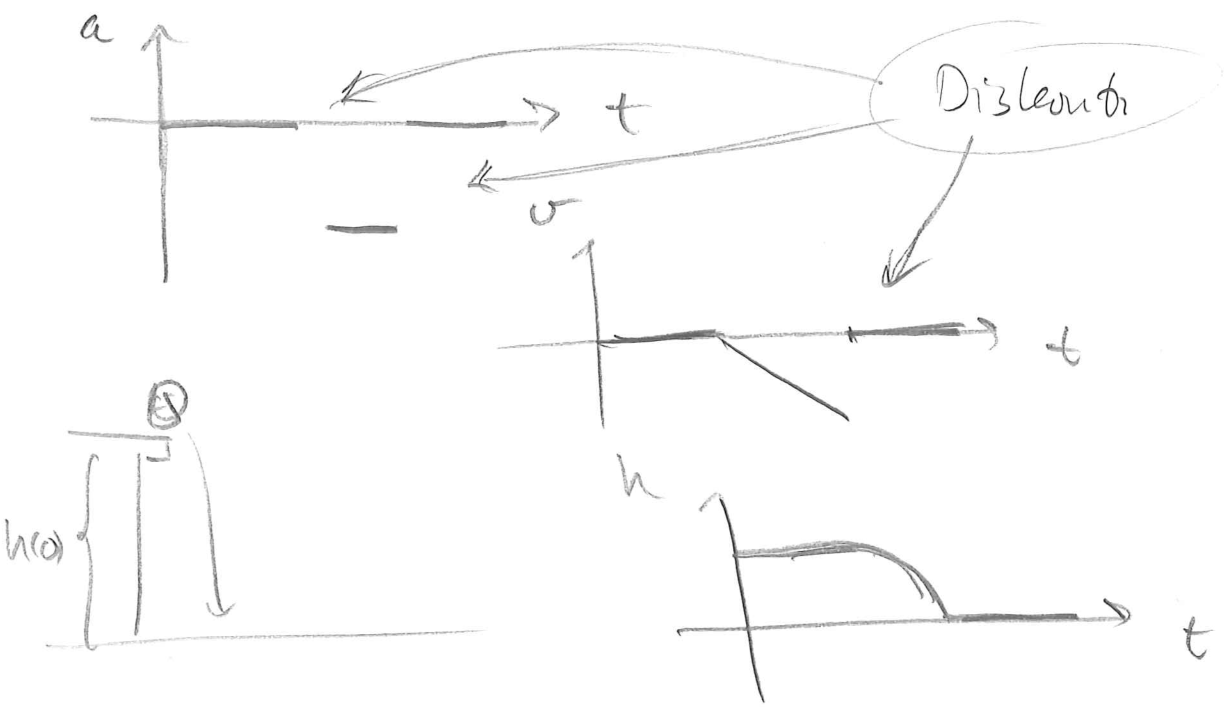
- Porto som funk. av masse



- Superleiing, resistans som funk. av temperatur (bilde)

Eksempel i boka:

Posisjon, fart og akselerasjon for ein fallande stein



Kvardagsdefinisjon av kontinuitet:

Vi kan teikne grafen til funksjonen uten å løfte blyanten frå papiret.

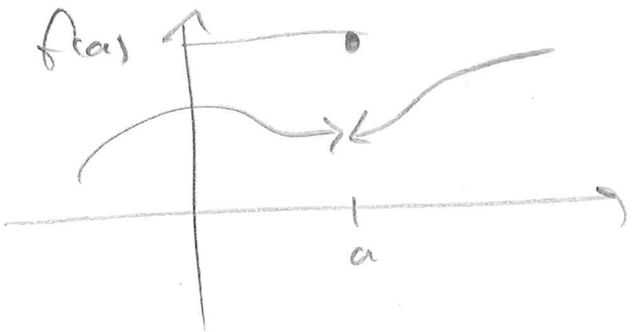
Formell definisjon

Funksjonen $f(x)$ er kontinuerleg for $x=a$ hvis og berre hvis

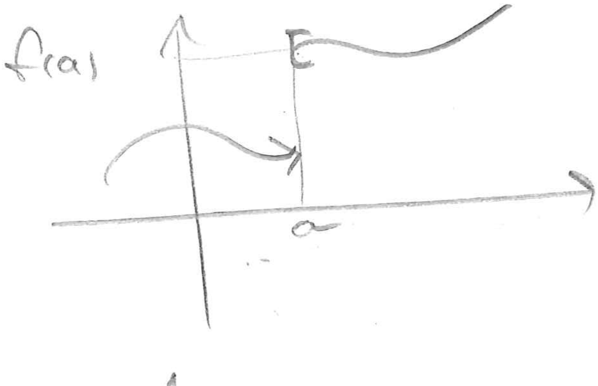
$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a).$$

Her er fire grafar som ikkje heng saman alle stader. Er dei diskontinuerlege der? Kvifor?

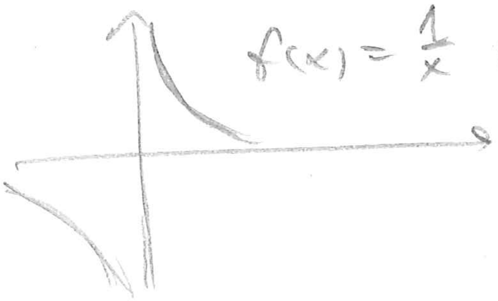
i)



ii)

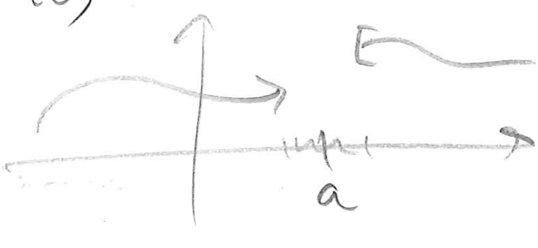


iii)



$f(x) = \frac{1}{x}$ for $x=a$

iv)



i) $\lim_{x \to a} f(x)$ og $f(a)$ er begge veldefinerte.
Men dei er ulike, $\lim_{x \to a} f(x) \neq f(a)$

ii) $\lim_{x \to a^+} f(x) \neq \lim_{x \to a^-} f(x)$.
Difor er ikkje $\lim_{x \to a} f(x)$ veldefinert.
(Det hjelper lite at $\lim_{x \to a^+} f(x) = f(a)$.)

iii) Her er ikkje $f(0)$ definert.
Dette er ikkje ein diskontinuitet.
Då $f(x)$ ikkje er definert for $x=0$ kan vi heller ikkje skulde han for å vere diskontinuerleg der.
(-Like lite som vi kan skulde nokon for å ha gjort noko dumt på ein fest dei ikkje var på.)

Kan ta for gitt:

Ein elementær funksjon er kontinuerleg i alle punkt der den er definert

(4) Funksjonsfiler i MATLAB

- Har sett at vi kan ha funksjonar som variablar i MATLAB.

Eksempel:

Med $f(x) = x \sin(\sqrt{x} \cdot \pi)$:

```
>> funk=@(x) x*sin(sqrt(x)*pi);
>> funk(0) ↵
>> funk(sqrt(1/2))↵
```

etc.

Så når kan det vere bruk for å lage separate filer med funksjonar?

- Når funk. ikkje utan vidare let seg skrive på ei linje.
- Når du gjer ei større implementering
- Fleire $\boxed{?}$

Eksempel

Lag ei funksjonsfil som implementerar desse funksjonane:

a) $f(x) = \sum_{n=0}^{17} \frac{(-1)^n}{e^n} x^n \quad , D_f = \mathbb{R}$

b) $g(n) = n! \, , \quad D_g = \mathbb{N}_{(0)}$

c) $h(x) = \begin{cases} x^2 + 1 \, , & x < 0 \\ e^x \, , & x \geq 0 \end{cases}$

a) Ei funksjonsfil skal ha denne strukturen.

function <output> = <namn> (<input>)

% <Forklaring>

<kommandoar; <output> må bli tilordna>

Eksempel

function F = MinFunksjon (x)

% Funksjonen f(x) = x sin (sqrt(x) + pi).

% Den tar skalarar som input.

F = x * sin (sqrt(x) * pi);

- Lagre som MinFunksjon.m
- Bruke i kommandovindauge
- Sjekk: >>help MinFunksjon

[?] Korleis kan vi få funksjonen til å akseptere vektorar?

↳ Siste linje: F = x.* sin (sqrt(x) * pi);

For 17.-grads-polynomet:

Sjå: UglyPoly.m

b) $n! = 1\cdot 2\cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$

$5! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5 = 120$

Implementering: Fakultet.m

c) Skrivemåten kallar vi delt forskrift

Det betyr at når $x<0$, er $f(x)=x^2+1$

og når $x \geq 0$, er $f(x)=e^x$

Implementering: DeltForskrift.m

NB: if-satsar lar seg ikkje kombinere med vektorar. Og endå verre: MATLAB gir inga feilmelding om du gjer det!

Problemet er løysbart; vi kan bruke boolske variablar i staden – sjå deloppg. 5.5 d) i numerikkboka.

⑤ Eksempel.

a) Er funksjonen

$$h(x) = \begin{cases} x^2+1, & x<0 \\ e^x, & x \geq 0 \end{cases}$$

kontinuerleg på heile $\mathbb{R}$?

b) Kan vi velge $f(0)$ slik at f blir definert og er kontinuerleg på heile $\mathbb{R}$ når

$$f(x) = x \ln x^2 \quad ?$$

Plotte i MATLAB?

a) Krav: $\lim_{x\to 0} h(x) = h(0)$

$h(0) = e^0 = 1$

$\lim_{x \to 0^+} h(x) = \lim_{x \to 0} e^x = e^0 = 1$

$\lim_{x \to 0^-} h(x) = \lim_{x \to 0} (x^2+1) = 0^2+1 = 1 = \lim_{x \to 0^+} h(x)$

Altså: $\lim_{x \to 0} h(x) = h(0)$; funksjonen er kontinuerleg for $x=0$

$\boxed{?}$ Kva med alle andre verdiar for x?

Både x^2+1 og e^x er veldefinerte elementære funksjonar, som alltid er kontinuerlege.

h er kont på heile $\mathbb{R}$.

b) $\boxed{?}$ $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

fordi $\ln x$ ikkje er def. for $x \leq 0$

$\boxed{?}$ Kan vi tillate $x<0$ for f?

Ja, $x^2 \geq 0$

NB: $\ln x^2 = 2 \ln x$ er rett – men berre for $x>0$!

(Alternativt: $\ln x^2 = 2 \ln |x|$.)

Jobben vår blir å „tette holet".

For å ha kontinuitet, må vi ha at $\lim_{x \to 0} f(x) = f(0)$; dette definerar

$f(0)$:

$$f(0) = \lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} x\ln x^2 = \ldots = 0$$

Juks: Brukar L'Hôpitals regel, som vi skal laere seinare:

$$\lim_{x\to 0} x\ln x^2 = \lim_{x\to 0} \frac{\ln x^2}{\frac{1}{x}} \qquad \left(\text{"}\pm\frac{\infty}{\infty}\text{"}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{(\ln x^2)'}{(\frac{1}{x})'} = \lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{x^2}\cdot 2x}{-\frac{1}{x^2}} =$$

$$\lim_{x\to 0} -2x = \underline{0}$$

Altså:

$$f(x) = \begin{cases} x\ln x^2, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \qquad D_f = \mathbb{R}$$
