DAFE1000 15/1

1. Info: • Rekneøvingar
   • Innlev. 1 til 26. – på papir
   • NB: Skriv tydeleg namn og studnr. på.
   • Vanskelege oppgåver? Spør!

2. Fortset med eksponentialfunksjonar
   – sjå s. 9–12 i notat frå 12/1.

3. Skript

Eksempel: Plott alt vi gjorde i eksempel på fredag.

Poeng: Det som står i skriptet kan kopierast rett inn i kommando-vindauge

Dette har vi sett alt i oppg. 3.4 i numerikk-boka.

Eksempel: abc-formel (rep. frå intro-veka).

Generelt om if-satsar

Standard-struktur:

```
if <logisk uttrykk>
  <gjer noko>
end
```

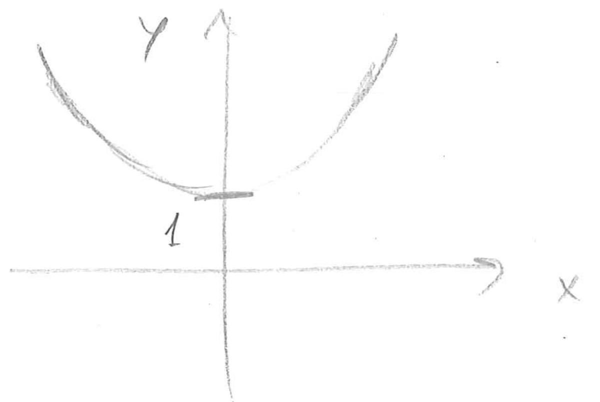
Litt meir samansett

```
if <logisk uttrykk>
  <gjer noko>
else
  <gjer noko anna>
end
```

Evt.: „Bygge på" med mange elseif.

④ Komplekse tal

[?] Kor mange løysingar har likninga $x^2+1=0$?



- Kjem an på kva type tal x er.
- Vi kan <u>kreve</u> at likninga har løysingar. (jmf. Bohr sin atommodell)

„Vi kan ikkje ta kvadratrota av negative tal!"

„Jodå!"

- Vi <u>vèl</u> at det er lov; spørsmålet er ikkje om vi <u>kan</u>, men om det har noko for seg.
- Har det det? <u>JA</u>!

Bruksområde:

- Elektronikk
- Signalbehandling
- Kvantefysikk (mitt felt)
- Difflikn. av typen $ay'' + by' + cy = 0$

$+ +$

Vi begynnar med å kalle løysinga av likninga $x^2+1=0$ for i:

$i = \sqrt{-1}$.

Då er også $-i$ ei løysing:

$(-i)^2 + 1 = (-i)(-i) + 1 = +i^2 + 1 = -1 + 1 = 0.$

- To løysingar.

Resultat: Ei n-te-gradslikning har alltid n løysingar når vi tillèt røte av negative tal (algebraens fundamentalteorem).

Vi seier at tal av typen $y \cdot i$, t.d. $\sqrt{-9} = \sqrt{9 \cdot (-1)} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{-1} = 3i$, er imaginære.

Her er y eit „vanleg" reelt tal.

Om vi set saman reelle og imagi-
nære tal, får vi $\boxed{?}$ komplekse tal:

$z = x + iy$ (x og y er reelle)

- Utviding av talbegrepet.

Har frå før

Naturlege		Heiltal		Rasjonale		Reelle		Komplekse
$\mathbb{N}$	$\subseteq$	$\mathbb{Z}$	$\subseteq$	$\mathbb{Q}$	$\subseteq$	$\mathbb{R}$	$\subseteq$	$\mathbb{C}$

Eksempel

Finn alle løysingar av likninga

$$z^2 - 2z + 50 = 0$$

ABC-formelen:

$$z = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2) - 4 \cdot 1 \cdot 50}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{-196}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{196} \cdot \sqrt{-1}}{2} = \frac{4 \pm 14i}{2} = \underline{2 \pm 7i}$$

Rekneregler:

- Nesten alle vi kjenner gjeld òg for komplekse tal.

- Reknar algebraisk med i – og hugsar at $i^2 = -1$.

- Triks for brøkar...

Eksempel

Skriv desse komplekse tala på kartesisk form – altså på forma $z = x + iy$:

a) $5 - 3i + 2(1 + 4.3i)$

b) $(5-3i)^2$

c) $(5-3i)(5+3i)$

d) $\frac{i-2}{3-2i}$

---

a) $5 - 3i + 2(1+4.3i) = 5 - 3i + 2 + 8.6i =$

$5 + 2 + (8.6 - 3)i = \underline{7 + 5.6i}$

b) $(5-3i)^2 = (5-3i)(5-3i) =$

$5\cdot5 - 5\cdot3i - 3i\cdot5 + (3i)^2 = 25 - 15i - 15i + 3^2\cdot i^2 =$

$25 - 30i + 9\cdot(-1) = 25 - 9 - 30i = \underline{16 - 30i}$

c) $(5-3i)(5+3i) = 5^2 + \cancel{5\cdot3i} - \cancel{3i\cdot5} - (3i)^2 =$

$5^2 - 3^2\cdot(-1) = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = \underline{34}\ (\in \mathbb{R})$

d) $\dfrac{i-2}{3-2i} \overset{\text{Triks!}}{=} \dfrac{(i-2)(3+2i)}{(3-2i)(3+2i)} =$

$\dfrac{3i + 2i^2 - 6 - 4i}{3^2 + 2^2} = \dfrac{-2 - 6 + 3i - 4i}{13} =$

$\dfrac{-8 - i}{13} = \underline{-\dfrac{8}{13} - \dfrac{1}{13} i}$

Den komplekskonjugerte:

Dersom $z = x + iy$, er den kompleks-konjugerte av z, $\bar{z} = x - iy$

c) $(5-3i)(5+3i) = \overline{(5+3i)}\,(5+3i)$

$= (5-3i)\,\overline{(5-3i)}$

ser: $z\cdot\bar{z}$ er reell og ikke-negativ for alle z; $z\bar{z} = x^2 + y^2$

For å få brøkar med kompleks nemnar på kartesisk form: utvid brøken (gang både teljar og nemnar) med komplekskonjugatet av nemnaren

jmf. d)

→ Tilbake til skript for abc-formelen, fjerne if-sats for $b^2-4ac<0$.
Vise: OK med komplekse koeffisientar.

Hvis tid:

- Kva reknereglar gjeld ikkje?

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$$

→ „$1=-1$"

- Korleis er eksponentialfunksjonar og trigonometriske funksjonar det same?

↳ $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$