

DAFE 1000 7/5

① Minne om prøve-eksamen på fredag.

② Fullføre eksempel og teori om lineære diff.-likninger med konstante koeffisienter, sid notat frå 4/5

③ Eksempel

Løys dette startverdi problemet:

$$y'' + 2y' + 5y = 5x^2 + 3x + 4,$$

$$y(0) = 0$$

$$y'(0) = 1$$

Løys først homogen likning:

$$y'' + 2y' + 5y = 0$$

$y = e^{rx}$  gir karakteristiske likning

$$r^2 + 2r + 5 = 0$$

$$r = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = -1 \pm 2i$$

Generell løsning: (av homogen (lign.)):

$$y_h = e^{-x} (A \cos(2x) + B \sin(2x))$$

- Må finne partikulær løsning (av inhomogen (lign.)):

- Tipper at vi kan finne ei løsning som er eit 2.-gradspolynom:

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y' = 2ax + b$$

$$y'' = 2a$$

Sett inn

$$2a + 2(2ax + b) + 5(ax^2 + bx + c) =$$

$$5ax^2 + (4a + 5b)x + 2a + 2b + 5c = 5x^2 + 3x + 4$$

For at dette skal vere sant for alle  $x$ ,  
må vi ha at

$$5a = 5$$

$$4a + 5b = 3$$

$$2a + 2b + 5c = 4$$

Altså:

$$a = \frac{5}{5} = 1$$

$$5b = 3 - 4a = 3 - 4 \cdot 1 = -1, \quad b = -\frac{1}{5}$$

$$5c = 4 - 2a - 2b = 4 - 2 \cdot 1 + \frac{2}{5} = \frac{12}{5}$$

$$c = \frac{\frac{12}{5}}{5} = \frac{12}{25}$$

$$y_p = x^2 - \frac{1}{5}x + \frac{12}{25}$$

Generell løsning:

$$y(x) = y_h + y_p = e^{-x}(A \cos(2x) + B \sin(2x)) + x^2 - \frac{1}{5}x + \frac{12}{25}$$

Startbetingelse:  $y(0) = 0$

Altså:

$$e^0(A \cos 0 + B \sin 0) + 0^2 - \frac{1}{5} \cdot 0 + \frac{12}{25} = 0$$

$$A = -\frac{12}{25}$$

Startbetingelse:  $y'(0) = 1$

$$\begin{aligned} y'(x) &= e^{-x} \cdot (-1) (A \cos(2x) + B \sin(2x)) + \\ &e^{-x} (-2A \sin(2x) + 2B \cos(2x)) + 2x - \frac{1}{5} \\ &= e^{-x} ((2B - A) \cos(2x) + (B - 2A) \sin(2x)) + \\ &2x - \frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$y'(0) = 1$$

$$e^0 ((2B - A) \cos 0 + (B - 2A) \sin 0) + 2 \cdot 0 - \frac{1}{5} = 1$$

$$2B - A - \frac{1}{5} = 1$$

$$2B = 1 + \frac{1}{5} + A = \frac{6}{5} - \frac{12}{25} = \frac{18}{25}$$

$$B = \frac{\frac{18}{25}}{2} = \frac{9}{25}$$

Full løsning:

$$y(x) = e^{-x} \left( -\frac{12}{25} \cos(2x) + \frac{9}{25} \sin(2x) \right) + x^2 - \frac{1}{5}x + \frac{12}{25}$$

④ Ei elestremt overblikk oversikt  
over det vi har vore gjennom

I følge framdriftsplanen:

<u>Tema</u>	<u>Undertema</u>	<u>Algoritmer o.l.</u>
<u>Funksjoner:</u>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Elementære</li><li>• Inverse</li></ul>	MATLAB- syntax
<u>Grenseverdier:</u>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Kontinuitet</li><li>• Den deriverte</li></ul>	Halveringsmet. Midtpunkt.-formel (Fikspunkt.)
<u>Komplekse tal</u>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Likninger/røtter</li><li>• Polarform / kartesiske form</li></ul>	
<u>Derivasjon:</u>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Numerisk og analyse</li><li>• Optimering / monoton</li><li>• Lineær tilnærming</li><li>• L'Hôpital's regel</li><li>• Koble fart</li></ul>	Newtons metode

- Lineær algebra:
- Lineære likn. syst
  - Totalmatriser / redusert  
treppesform
  - Matriseprodukt /  
invertering
  - Determinanter
- rref  
 inv  
 det

- Integrasjon:
- Riemann-summar
  - Fundamental-  
teoremet /  
antiderivasjon
  - Regler for parti-  
derivasjon
  - Bouk: Rotasjonsobjekt etc.
- Riemann,  
 trapes og  
 Simpsons met.

- Differensialligninger:
- Retningsfelt
  - Startverdi probl.
  - Separable, lineære
  - Modellering
- Eulers metode  
 (også med plot.)  
 Endelig differanse

⑥ Evaluering

⑦ Fram mot eksamen:

- Ser for meg å gå gjennom  
ein del oppgaver - dersom det  
er interesse for det ... [?]