

## Eksempel (5.8.11 i læreboka)

Denne funksjonen er gitt:

$$f(x) = x - 3x^{2/3}, \quad D_f = [-1, 30)$$

- a) Plott funksjonen.
- b) Finn alle ekstremalpunkt (topp- og botnpunkt) for  $f$ .
- c) Kva for nokre globale ekstremalpunkt har  $f$ ?

## Eksempel

Kva er den største verdien denne funksjonen kan ha?:

$$f(x) = e^{-x^2} \sin x, \quad D_f = [-2, 3] \quad .$$

## Eksempel (eksamen des. -15, 6a)

Forklar kvifor fjerdegradspolynomet

$$p(x) = x^4 - 5x + 3$$

har akkurat eitt nullpunkt i intervallet  $[0, 1]$ .

## Eksempel

Lat  $p(x)$  vere likninga for tangenten til funksjonen  $f(x) = \cos x$  i punktet  $x = \pi/2$ .

- a) Bestem  $p(x)$ .
- b) For  $x = 1.6$ , kor stor feil gjer vi om vi går ut frå at  $f(x) = p(x)$ ?  
-Enn for  $x = 1.5$  og  $x = 2$ ?

## “Eksempel”

Dersom  $f(a) = g(a) = 0$ ,  $f$  og  $g$  er (minst) to ganger deriverbar for  $x = a$  of  $g'(a) \neq 0$ , gjeld

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)} \quad .$$

a) Kvifor?

b) Bruk dette til å bestemme desse grensene:

i)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$  .

ii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$  .

iii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$  .

## Eksempel

Bestem disse grenseverdiane

a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{e^x}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$

## “Eksempel”

- a) Ut frå lineariserings-formelen med feilledd, kva kan vi seie om feilen vi gjer når vi set at

$$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \quad ?$$

–Gå ut frå at  $f$  er minst to gonger deriverbar omkring  $x = a$ . (Hint: Lat  $x = a + h$ .)

- b) For kva type funksjonar gir “framoverformelen” over eksakte deriverte?  
c) For midtpunktformelen for numerisk dervasjon gjeld

$$f''(a) = \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h} - \frac{1}{6}K_2h^2 \quad ,$$

der  $K_2 = f'''(c)$  for ein  $c$  mellom  $a - h$  og  $a + h$ .

Kvifor er midtpunktsformelen betre enn “framover-formelen”?

- d) For kva type funksjonar er midtpunktformelen eksakt?

–Velg deg ein slik funksjon og stadfest at dette stemmer ved direkte utrekning.

## Eksempel

Denne funksjonen er gitt:

$$f(x) = e^{x/2} + x - 5 \quad .$$

- a) Finn likninga for tangenten til  $f$  for  $x = 3$  og plott denne saman med grafen til  $f$ . Ligg nullpunktet til tangenten nær nullpunktet til  $f$ ?
- b) Enn om vi tar utgangspunkt i  $x = 2$  i staden?
- c) Vi går no tilbake til  $x = 3$  og brukar nullpunktet til tangenten som utgangspunkt for ein ny tangent. Ligg nullpunktet til *denne* nær nullpunktet til  $f$ ?