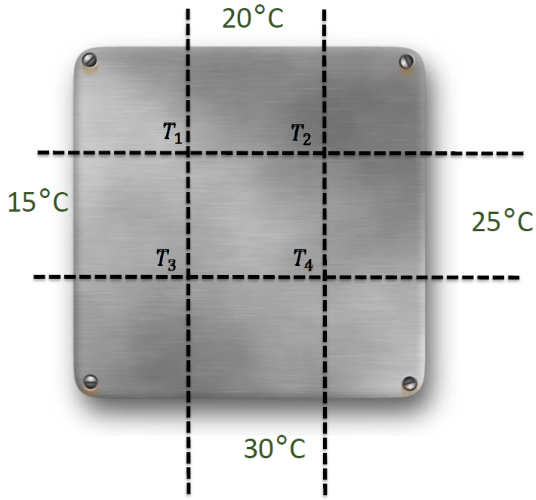
Temperaturfordeling på kvadratisk plate

-Tilsvarande kap. 15 i numerikk-boka.

Denne metallplata har kontakt med andre material på ein slik måte at kant-temperaturane blir haldne konstant slik figuren viser:



Temperaturen på sjølve plata vil då variere. Vi kan estimere denne temperaturfordelinga slik:

Del plata opp i ruter ("pixlar") og gå ut frå at temperaturen i kvart hjørne er lik gjennomsnittet av nabo-temperaturane.

Med utgongspunkt i oppdelinga i figuren: Still opp fire likningar for dei fire temperaturane T_1, T_2, T_3 og T_4 og bruk MATLAB til å løyse dei.

Eksempel

Tenk deg at frukosten din består av jordbærsyltetøy, brød og heilmjølk [melk]. Næringsinnhaldet, målt i gram per hekto (100 g) er:

	Karb.	Feitt	Protein
Syltetøy	14.3	0.2	0.4
Brød	54	3.3	11
Mjølk	4.5	3.5	3.4

a) Om du ønsker at frukosten din skal innehalde 170 g karbohydrat, 19 g feitt og 35 g protein, korleis bør du sette saman frukosten din?

b) Kva "diettar" er ok dersom du i tillegg har smør på brødet? Her kan du rekne smør for å vere reint feitt.

Eksempel

For $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ og $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, rekn ut produktet AB – både etter definisjonen og med den rekneregelen vi brukar i praksis.

Eksempel

Desse matrisene er gitte:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Rekn ut følgande matriser:

$$2A, \quad A + B, \quad A + 3B^T, \quad BA, \quad BC \quad \text{og} \quad CB \quad .$$

Dersom nokon av dei ikkje er definerte, skal du kort forklare kvifor.

Eksempel

a) For $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ og $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, rekn ut I_2A, AI_3 og BI_2.

b) Vis at $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = I_2$.

Eksempel

Løys dei to likningssystema $A\vec{x} = \vec{b}$ og $A\vec{x} = \vec{c}$, der

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad .$$

“Eksempel”

Bestem inversmatrisene for $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ og $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

“Eksempel”

Rekn ut determinanten til $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ og til $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$.

“Eksempel”

I eit tidlegare eksempel løyste vi likningssystema Løys dei to likningssystema $A\vec{x} = \vec{b}$ og $A\vec{x} = \vec{c}$ med

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad .$$

Vi har også funne ut at

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -1/2 & -1 \\ -3/2 & -2 \end{pmatrix} \quad .$$

Bruk dette til å løyse likningssystema.

Eksamen frå august 2013, oppg. 5c: (revisited)

Dette likningsystemet er gitt:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 2 & k & 6 \\ 4 & 1 & k-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad .$$

Finn verdiane av k som gir likningssystemet ei eintydig løysing.