Eksempel

For kvar av desse likningssystema, finn løysingsmengda og beskriv denne geometrisk:

a)

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 3 \\ 3x + 6y &= -6 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 3 \\ -4x + 6y &= 6 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 3 \\ -4x + 6y &= -6 \end{aligned}$$

Eksempel

Løys desse likningssystemea

a)

$$\begin{aligned} 2x - y + z &= 0 \\ 2y - z &= 1 \\ x - 4y + 3z &= 1 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 2x - y + z &= 0 \\ 2y - z &= 1 \\ 4x - 4y + 3z &= 1 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} 2x - y + z &= 0 \\ 2y - z &= 1 \\ 4x - 4y + 3z &= -1 \end{aligned}$$

Er du enig i desse påstandane?

a) Om vi har fire likningar i fire ukjende, vil vi ha éi løysing.

b) Om vi har tre likningar i fire ukjende, vil vi alltid ha uendeleg mange løysingar.

c) Om vi har tre likningar i fire ukjende, vil vi aldri ha eintydig løysing.

d) Om totalmatrisa på trappeform har ei rein null-rekke, kan ikkje likningssystemet ha eintydig løysing.

e) Om totalmatrisa på trappeform har eit leiande tal i søyla lengst til høgre, har ikkje likningssystemet noko løysing.

f) For ei totalmatrise på trappeform: Dersom både den siste søyle og ei av dei andre søylene manglar eit leiande tal, har likningssystemet uendeleg mange løysingar.

Eksempel

Dette likningssystemet er gitt:

$$\begin{aligned} 2x + ay &= b \\ x - y &= 3 \end{aligned}$$

- Kva må parametrane a og b vere for at vi skal få uendeleg mange løysingar?
- Kva skal til for at systemet har eintydig løysing?
- Og kva skal til for at systemet ikkje skal ha noko løysing i det heile?

Eksempel

Kan vektoren

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

skrivast som ein lineær-kombinasjon av desse tre vektorane:

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad ?$$

Eksempel

Rekn ut

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 & 0 \\ -2 & 4 & 8 & 0 \\ 1 & 7 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad .$$

Eksempel

Dette likningssystemet er gitt:

$$
\begin{aligned}
2x_1 + x_2 + 4x_3 &= 6 \\
3x_1 + 7x_2 - 5x_3 &= -2 \\
x_1 + 2x_2 - x_3 &= 0
\end{aligned}
$$

a) Ein kan skrive likningsytemet slik:

$$x_1\vec{v}_1 + x_2\vec{v}_2 + x_3\vec{v}_3 = \vec{b} \quad .$$

Kva kan vektorane $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$ og $\vec{b}$ vere?

b) Likningssystemet kan også skrivast slik:

$$A\vec{x} = \vec{v} \quad \text{der} \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad .$$

Kva kan matrisa A vere?

c) I MATLAB: Sett opp totalmatrisa, $T = \left(A \mid \vec{b}\right)$, finn den tilsvarande matrisa på redusert trappeform og bruk dette til å skrive opp den generelle løysinga $\vec{x}$.

d) Geometrisk sett, kva *er* løysinga?

Eksempel

Desse to vektorane i $\mathbb{R}^3$ er gitte:

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad .$$

a) Om vi tenkjer oss at det ikkje eigentleg er forskjell på vektorar og punkt i rommet og tenkjer oss at vi tar med absolutt alle lineær-kombinasjonar av $\vec{v}_1$ og $\vec{v}_2$, kva for slags objekt får vi då?

b) Er vektoren

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ein del av dette objektet?

Eksamen frå august 2013, oppg. 5c:

Dette likningsystemet er gitt:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 2 & k & 6 \\ 4 & 1 & k-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad .$$

Finn verdiane av k som gir likningssystemet ei eintydig løysing.