Eksempel

Vatn renn ned i eit kjegle-forma kar med farten 0.2 l/s. Kjegla står med spissen ned, og kanten dannar vinkelen $60^\circ = \pi/3$ rad med golvet.

Kor fort aukar høgda på vassoverflata [vannoverflata] når høgda er 0.1 dm? Og når høgda er 2.0 dm?

Til (over?) bekken etter vatn

Ein sliten hest står 15 m frå ei elv som renn langs ei rett linje. Den skal ete litt havre, som står 56 m frå hesten og 8 m frå elvebreidda. Men først skal hesten gå ned til elva og drikke.

Dersom hesten går den kortast moglege vegen, kor langt må den gå?

Fritt fall

Vi tenkjer oss at luftmotstanden bidrar til å gi ein fallskjermhoppar ein negativ akselerasjon som er proporsjonal med farten. I tillegg kjem tyngdeakselerasjonen, som bidrar positivt med 10, med eining [enhet] meter per sekund i andre.

Dersom proporsjonalitetskonstanten for samanhengen mellom luftmotstand og fart er 0.2, kva er den største farten fallskjermhopparen kan få?

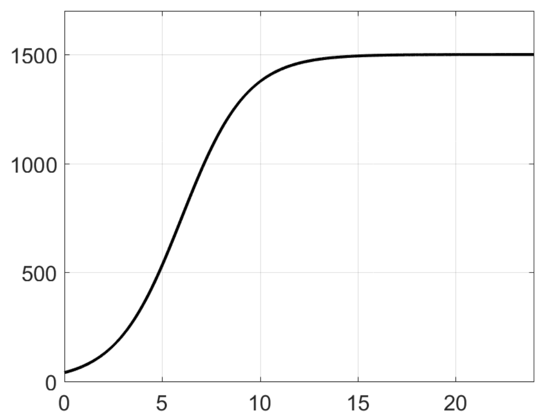
Kaninar på ei øy

Vi skal sjå på ein modell for talet på kaniner med avgrensa plass og mat-tilgong:

$$y'(t) = ky(t)\left(1 - \frac{y(t)}{L}\right) \quad .$$

t er tida. Konstanten L er ei øvre grense for kor mange individ der kan vere over tid, og konstanten k bestemmer kor fort flokken aukar/avtar. Vi tenkjer oss at talet på individ, y, er mykje mindre enn L i utgangspunktet.

Med $y(0) = 40$, $k = 0.6$ og $L = 1500$, vil utviklinga sjå slik ut:



a) Korleis kan vi, ut frå likninga for y', forstå at populasjonen i starten veks raskare og raskare?

b) I plottet ser det ut til at y flatar ut mot $L = 1500$. Korleis kan vi forstå *det* ut frå modellen over?

c) Korleis ville populasjonen utvikla seg dersom y hadde vore *større* enn L i utgongspunktet?

d) Kor mange kaniner er der når populasjonen aukar raskast?

e) Vis at funksjonen

$$y(t) = \frac{L}{1 + Ce^{-kt}}$$

oppfyller likninga over – uansett kva C er.

f) Bruk dette til å bestemme

$$\lim_{t\to\infty} y(t) \quad .$$

g) Kva må C vere for at $y(0)$ skal vere 40?

Eksempel

Bestem den x og y som oppfyller

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 7 \\ 4x - 57 &= 3 \end{aligned}$$

Eksempel

Bestem dei ukjende x, y og z som oppfyller

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z &= 18 \\ -2x + 4y + z &= 27 \\ y + z &= 8.5 \end{aligned}$$

Eksempel

Kva for nokre av desse matrisene er på trappeform? Er nokon av dei på *redusert* trappeform?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Eksempel

Løys dette likningssystemet

$$
\begin{aligned}
x - y &= 5 \\
2x + 3y &= -1
\end{aligned}
$$

Eksempel

Løys desse likningssystemea

a)

$$\begin{aligned} 2x - y + z &= 0 \\ 2y - z &= 1 \\ x - 4y + 3z &= 1 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 2x - y + z &= 0 \\ 2y - z &= 1 \\ 4x - 4y + 3z &= 1 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} 2x - y + z &= 0 \\ 2y - z &= 1 \\ 4x - 4y + 3z &= -1 \end{aligned}$$